تم تحميل وعرض المادة من :

موقع واجباتي
www.wajibati.net

موقع واجباتي منصة تعليمية تساهم بنشر
حل المناهج الدراسية بشكل متميز لترتقي بمجال التعليم
على الإنترنت ويستطيع الطلاب تصفح حلول الكتب مباشرة
لجميع المراحل التعليمية المختلفة

GET IT ON Google Play
Download on the App Store

حمل التطبيق من هنا

مع

سلسلة رفعة

للرياضيات متعة

أسهل

أجمل

رياضيات ٤

٢/٣

أبسط

تأليف

شيمة يوسف نافع الحربي
روان تيسير أحمد القضاة
محمد عبد الله علي الثبيتي
عواطف سليم لافي الجهني

مراجعة

لطيفة سلامه دغيشم العمار
مفلح فلاح عطيه الردادي
هند علي محمد العديني

نسخة إلكترونية مجانية لا تباع

أ/شيمة يوسف نافع الحربي - أ/ روان تيسير أحمد القضاة

أ/ محمد عبدالله علي الثبيتي

رقم الإيداع	تاريخ	رقم الردمك
1442/ 6592	1442/08/01	978-603-03-7503-5

أ/عواطف سليم لافي الجهني

رقم الإيداع	تاريخ	رقم الردمك
1442/ 6591	1442/08/01	978-603-03-7502-8

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

المقدمة

الحمد للّه والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين، أما بعد:

نبذة تعريفية لمجموعة رِفْعَة

هي مجموعة تُدار من قبل معلمي ومعلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة، وهي قائمة على التطوير المهني لجميع المعلمين والمعلمات، وابتكار الأفكار الإبداعية للتعليم العام، والإنتاج الموثق لكل ما يخص الرياضيات والتعليم العام.

وبهدف التسهيل والتيسير لمادة الرياضيات، تقدم مجموعة رِفْعَة بين أيديكم هذا العمل ضمن "سلسة كُتب رِفْعَة "

وتتميز هذه الكُتب بما يلي:

- عرض المحتوى بصورة جذابة ومشوقة.
- عروض بصرية (باركود) في كل درس.(قناة أ/ عواطف الجهني)
- اختبار قصير بعد كل درس (اختبر نفسك) .
- ملحق للإجابات لـ(اختبر نفسك) للتأكد من صحة الحل.
- روابط تحتوي على فيديوهات لشرح الدروس
(قناة أ/أحمد الفديد – أ/عبدالوهاب العوهلي)

ونطمح من خلاله توصيل المفاهيم الرياضية وموضوعات المنهج بصورة سلسه و واضحة ..

لإفادة طلابنا وطالباتنا، وتوفير جهود معلمينا ومعلماتنا الأفاضل.

واللّه ولي التوفيق

حسابات مجموعة رفعة الرياضيات

الدورات التدريبية

Snapchat

Twitter

المكتبة الرقمية

Instagram

YouTube

قناة رياضيات 4

لإضافة جميع حسابات وقنوات رفعة

اضغط هنا

رياضيات 4

الفصل الأول
العلاقات والدوال النسبية

الفصل الثاني
المتتابعات والمتسلسلات

الفصل الثالث
الاحتمالات

الفصل الرابع
حساب المثلثات

الفـهـرس

الفصل الاول : العلاقات والدوال النسبية

1-1 ضرب العبارات النسبية وقسمتها 9
1-2 جمع العبارات النسبية وطرحها 12
1-3 تمثيل دوال المقلوب بيانيا 15
1-4 تمثيل الدوال النسبية بيانيا 17
1-5 دوال التغير 20
1-6 حل المعادلات والمتباينات النسبية 22

الفصل الثاني : المتتابعات و المتسلسلات

2-1 المتتابعات بوصفها دوال 27
2-2 المتتابعات والمتسلسلات الحسابية 29
2-3 المتتابعات والمتسلسلات الهندسية 32
2-4 المتسلسلات الهندسية اللانهائية 35
2-5 نظرية ذات الحدين 37
2-6 البرهان باستعمال مبدأ الاستقراء الرياضي 39

الفصل الثالث : الاحتمالات

3-1 تمثيل فضاء العينة 44
3-2 الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق 46
3-3 الاحتمال الهندسي 49
3-4 احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة 52
3-5 احتمالات الحوادث المتنافية 55

الفصل الرابع : حساب المثلثات

4-1 الدوال المثلثية في المثلثات القائمة الزاوية 60
4-2 الزاوية وقياساتها 63
4-3 الدوال المثلثية للزوايا 66
4-4 قانون الجيوب 70
4-5 قانون جيوب التمام 73
4-6 الدوال الدائرية 75
4-7 تمثيل الدوال المثلثية بيانيا 78
4-8 الدوال المثلثية العكسية 82

الفصل الأول

العلاقات والدوال النسبية

1 – 1 ضرب العبارات النسبية وقسمتها	الدرس	اختبر نفسك
1 – 2 جمع العبارات النسبية وطرحها	الدرس	اختبر نفسك
1 – 3 تمثيل دوال المقلوب بيانيا	الدرس	اختبر نفسك
1 – 4 تمثيل الدوال النسبية بيانيا	الدرس	اختبر نفسك
1 – 5 دوال التغير	الدرس	اختبر نفسك
1 – 6 حل المعادلات والمتباينات النسبية	الدرس	اختبر نفسك

الاختبار التشخيصي

الوحدة الأولى:
العلاقات والدوال النسبية

التهيئة

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	حل المعادلة $\frac{1}{2}x = \frac{5}{6}$ في أبسط صورة يساوي :							
	Ⓐ	$x = \frac{3}{5}$	Ⓑ	$x = \frac{5}{3}$	Ⓒ	$x = \frac{5}{12}$	Ⓓ	$x = 2$
2	حل التناسب $\frac{m}{5} = \frac{2}{7}$ في أبسط صورة							
	Ⓐ	$m = \frac{7}{10}$	Ⓑ	$m = \frac{10}{7}$	Ⓒ	$m = \frac{35}{2}$	Ⓓ	$m = \frac{2}{35}$
3	$\frac{1}{8}$ هو ناتج تبسيط العبارة							
	Ⓐ	$\frac{1}{4} - \frac{3}{8}$	Ⓑ	$\frac{3}{8} - \frac{5}{8}$	Ⓒ	$\frac{3}{4} - \frac{5}{8}$	Ⓓ	$\frac{2}{9} - \frac{7}{15}$
4	18 هو المضاعف المشترك الأصغر للأعداد :							
	Ⓐ	9 ،6، 2	Ⓑ	1 ، 6، 3	Ⓒ	12،6 ، 3	Ⓓ	9، 4، 2
5	$\frac{1}{10} - \frac{4}{15} + \frac{1}{3} =$							
	Ⓐ	$\frac{1}{6}$	Ⓑ	$\frac{1}{18}$	Ⓒ	$\frac{-2}{8}$	Ⓓ	$\frac{11}{15}$
6	تستخدم ليلى عند خبز الكيك $\frac{2}{3}$ كوب من الحليب وتستخدم عند خبز الخبز $\frac{1}{2}$ كوب من الحليب . فكم كوب من الحليب تحتاج ليلى لعمل الطبقين ؟							
	Ⓐ	$\frac{3}{5}$	Ⓑ	$\frac{6}{7}$	Ⓒ	$\frac{5}{3}$	Ⓓ	$\frac{7}{6}$

1 – 1 ضرب العبارات النسبية وقسمتها

المهارات السابقة	تحليل كثيرات الحدود		
المفردات	العبارة النسبية : هي النسبة بين كثيرتي حدود مثل $\frac{5}{2x-3}$ ، $\frac{n+3}{n^3-4}$		
	الكسر المركب : يحوي بسطه ومقامه أو أحدهما كسورا مثل : $\frac{2n_5}{\frac{8}{n-4}}$ ، $\frac{\frac{4}{a}+6}{\frac{12}{a}-3}$ ، $\frac{\frac{9}{x}}{x+6}$		
المهارات الأساسية	أتعرف العبارات النسبية	أبسط العبارات النسبية	أبسط الكسور المركبة

تبسيط العبارات النسبية

تحليل كلا من البسط والمقام الى عوامل ثم اختصار العوامل المشتركة ثم التبسيط

الاعداد	$\frac{14}{21}=\frac{2.7}{3.7}=\frac{2}{3}$
العبارات النسبية تحليل	$\frac{x^2+2x-8}{x^2-4}=\frac{(x+4)(x-2)}{(x-2)(x+2)}=\frac{(x+4)}{(x+2)}$
العبارات النسبية تحليل واخراج (-1) عامل مشترك	$\frac{3-3y}{y^3-1}=\frac{3(1-y)}{(y-1)(y^2+y+1)}=\frac{-3(y-1)}{(y-1)(y^2+y+1)}=\frac{-3}{(y^2+y+1)}$

قيم x التي تجعل العبارة غير معرفة :

تكون العبارة النسبية غير معرفه عند قيم المتغير التي تجعل مقامها صفرا

مثال : قيم x التي تجعل العبارة $\frac{(x-3)(x+6)}{(x^2-7x+12)(x^2-36)}$ غير معرفة

نحلل المقام : $x^2-7x+12=(x-3)(x-4)$

$x^2-36=(x-6)(x+6)$

قيم x التي تجعل المقام يساوي صفر هي $x=3,4,6,-6$

ضرب العبارات النسبية :

القاعدة	$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$
مثال	$\frac{27x^2y^4}{16yz^3}\cdot\frac{8z}{9xy^3}=\frac{27.8\,x^2y^4z}{16.9\,xy^4\,z^3}=\frac{3x}{2z^2}$

قسمة العبارات النسبية :

القاعدة	$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$
مثال	$\frac{12x^3y}{13ab^2}\div\frac{36xy^3}{26b}=\frac{12x^3y}{13ab^2}\cdot\frac{26b}{36xy^3}=\frac{12.26\,x^3yb}{13.36\,ab^2xy^3}=\frac{2x^2}{3aby^2}$

الكسر المركب :

هو كسر يحوي بسطه ومقامه أو أحدهما كسورا

أمثلة :

$\frac{1+\frac{1}{x}}{2-\frac{x}{y}}$	$\frac{\frac{2x}{y-3}}{\frac{7y}{1-y}}$	$\frac{2}{\frac{5x}{7y}}$	$\frac{\frac{ac}{2}}{3a}$

لتبسيط الكسر المركب :

1. اكتبه على صورة قسمة عبارتين
2. اضرب المقسوم في مقلوب المقسوم عليه
3. حلل الى العوامل
4. اختصر العوامل المشتركة
5. تبسيط

$$\frac{\frac{4x}{x+6}}{\frac{x^2-3x}{x^2+3x-18}}=\frac{4x}{x+6}\div\frac{x^2-3x}{x^2+3x-18}$$

$$=\frac{4x}{x+6}\cdot\frac{x^2+3x-18}{x^2-3x}$$

$$=\frac{4x}{x+6}\cdot\frac{(x+6)(x-3)}{x(x-3)}$$

$$=4$$

اختبر نفسك

الوحدة الأولى:
العلاقات والدوال النسبية

(1-1) ضرب العبارات النسبية وقسمتها

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	تبسيط العبارة النسبية $\frac{24\,pn}{18\,p^2}$ هو :							
	Ⓐ	$\frac{3\,p}{4\,n}$	Ⓑ	$\frac{4\,p\,n}{3}$	Ⓒ	$\frac{4\,n}{3\,p}$	Ⓓ	3,-3
2	تبسيط العبارة النسبية $\frac{c-5}{c^2-c-20}$ هو :							
	Ⓐ	$\frac{5-c}{c-4}$	Ⓑ	$\frac{5-c}{c+4}$	Ⓒ	$\frac{1}{c+4}$	Ⓓ	$\frac{-1}{c+4}$
3	تبسيط العبارة النسبية $\frac{24x^3y^5}{ab} \cdot \frac{ab^2}{12x^2y^2}$ ؟							
	Ⓐ	$\frac{2xy^2}{b}$	Ⓑ	$\frac{xy^3b}{2}$	Ⓒ	$2xy^3b$	Ⓓ	$2x^5y^7b^3$
4	إذا كانت $r \neq \pm 2$، فأيٌّ ممَّا يأتي تكافئ العبارة $\frac{r^2+6r+8}{r^2-4}$ ؟							
	Ⓐ	$\frac{r-2}{r+4}$	Ⓑ	$\frac{r+4}{r-2}$	Ⓒ	$\frac{r+2}{r-4}$	Ⓓ	x^2+xy+y^2
5	قيم x التي تجعل العبارة $\frac{x^2-5x-14}{x^2+7x+10}$ غير معرَّفة هي							
	Ⓐ	$-5, 2$	Ⓑ	$0, 2, 5$	Ⓒ	-2	Ⓓ	-5 ,-2
6	ما قيم x التي تجعل العبارة $\frac{x+7}{x^2-3x-28}$ غير معرَّفة؟							
	Ⓐ	7 ,-4	Ⓑ	4 ,7	Ⓒ	$-7, 4, 7$	Ⓓ	$-7, 4$

1 – 2 جمع العبارات النسبية وطرحها

المهارات السابقة	جمع وطرح كثيرات الحدود
المهارات الأساسية	أجد المضاعف المشترك الأصغر (LCM) لكثيرات حدود
	أجمع عبارات النسبية وأطرحها

المضاعف المشترك الاصغر LCM

1. نحلل العددين او كثيرتي الحدود الى عواملها الاولية
2. نضرب جميع العوامل و إذا كانت مشتركة نأخذ ذات الأس الأكبر

مثال: أوجد LCM في كلا مما يلي :

$18a^2b^2, 15a^4c, 8b^3$

$18a^2b^2 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot a^2 \cdot b^2$

$15a^4c = 3 \cdot 5 \cdot a^4 \cdot c$

$8b^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot b^3$

$LCM = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot a^4 \cdot b^3 \cdot c$

$= 360a^4b^3c$

$x^2 - 3x - 28 , x^2 - 16$

$x^2 - 3x - 28 = (x - 7)(x + 4)$

$x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$

$LCM = (x - 7)(x - 4)(x + 4)$

جمع العبارات النسبية

القاعدة	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad + bc}{bd}$
مثال	$\frac{12y}{5x} + \frac{5x}{4y^3} = \frac{12y \cdot 4y^3}{5x \cdot 4y^3} + \frac{5x \cdot 5x}{5x \cdot 4y^3} = \frac{48y^4 + 25x^2}{20xy^3}$

طرح العبارات النسبية

القاعدة	$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} - \frac{bc}{bd} = \frac{ad - bc}{bd}$
مثال	$\frac{3a+2}{a^2-16} - \frac{7}{6a+24} = \frac{6(3a+2)}{6(a-4)(a+4)} - \frac{7(a-4)}{6(a+4)(a-4)}$ $= \frac{(18a+12) - (7a-28)}{6(a+4)(a-4)}$ $= \frac{18a + 12 - 7a + 28}{6(a+4)(a-4)}$ $= \frac{11a + 40}{6(a+4)(a-4)}$

تبسيط الكسور المركبة :

يوجد طريقتان و هما :

❁ **تبسيط كل من البسط والمقام على حده ثم تبسيط العبارة الناتجة**

$$\frac{1-\frac{y}{x}}{\frac{1}{y}+\frac{1}{x}}=\frac{\frac{x}{x}-\frac{y}{x}}{\frac{1\cdot x}{y\cdot x}+\frac{1\cdot y}{x\cdot y}}=\frac{\frac{x-y}{x}}{\frac{x+y}{xy}}=\frac{x-y}{x}\div\frac{x+y}{xy}=\frac{x-y}{x}\cdot\frac{xy}{x+y}=\frac{y(x-y)}{x+y}$$

❁ **تبسيط بإيجاد** LCM **لمقامات البسط والمقام ثم اختصارهما بضرب كل من بسط العبارة ومقامها في** LCM

$$\frac{\frac{2}{b}+\frac{5}{a}}{\frac{3}{a}-\frac{8}{b}}=\frac{\left(\frac{2}{b}+\frac{5}{a}\right)}{\left(\frac{3}{a}-\frac{8}{b}\right)}\cdot\frac{ab}{ab}=\frac{\left(\frac{2}{b}\cdot ab+\frac{5}{a}\cdot ab\right)}{\left(\frac{3}{a}\cdot ab-\frac{8}{b}\cdot ab\right)}=\frac{2a+5b}{3b-8a}$$

اختبر نفسك

الوحدة الأولى:
العلاقات والدوال النسبية

(1-2) جمع العبارات النسبية وطرحها

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

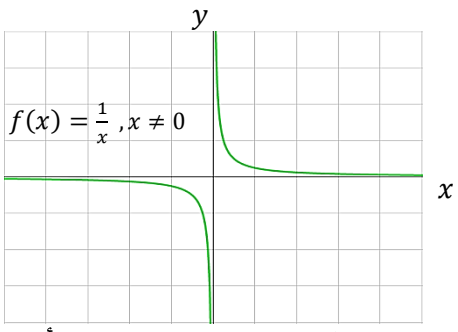
1	LCM لكثيرات الحدود الآتية: $24 + 6z$, $12 + 3z$، يساوي:							
	Ⓐ	$18\,(z + 4)$	Ⓑ	$3\,(z + 4)$	Ⓒ	$6\,(z + 4)$	Ⓓ	$z + 4$
2	LCM لكثيرات الحدود الآتية: $20a\,b^2$ ، $15b^3$ ، $12a^2$، يساوي:							
	Ⓐ	$120\,a^2\,b^3$	Ⓑ	$60\,a^2\,b^3$	Ⓒ	$120\,a^2\,b^5$	Ⓓ	$60\,a^3\,b^3$
3	ناتج جمع العبارتين النسبيتين $\frac{5}{x+6} + \frac{2x}{x^2+9x+18}$ هو							
	Ⓐ	$\frac{7x - 15}{(x + 6)(x + 3)}$	Ⓑ	$\frac{7x + 15}{(x + 6)(x + 3)}$	Ⓒ	$\frac{x + 15}{(x + 3)}$	Ⓓ	$\frac{7x}{(x + 6)}$
4	ناتج طرح العبارتين النسبيتين $\frac{4}{3x+6} - \frac{x-2}{x^2-4}$							
	Ⓐ	$\frac{-1}{3(x + 2)}$	Ⓑ	$\frac{1}{2(x - 2)}$	Ⓒ	$\frac{-1}{2(x + 2)}$	Ⓓ	$\frac{1}{3(x + 2)}$
5	تبسيط العبارة $\frac{\frac{2}{x} + \frac{3}{y}}{\frac{7}{y} - \frac{4}{x}}$ هو:							
	Ⓐ	$\frac{2y + 3x}{7x - 4y}$	Ⓑ	$\frac{2x + 3y}{7y - 4x}$	Ⓒ	$\frac{2x + 3y}{7x - 4y}$	Ⓓ	$\frac{2y + 3x}{7y - 4x}$

3 –1 تمثيل دوال المقلوب بيانياً

المهارات السابقة	تمثيل دوال كثيرات الحدود بيانياً
المفردات	خط التقارب - خط التقارب الرأسي - خط التقارب الأفقي دالة المقلوب - القطع الزائد
المهارات الأساسية	أحدد خصائص دوال المقلوب . أمثل تحويلات دوال المقلوب بيانياً.

الدالة الرئيسية (الأم) $f(x)=\frac{1}{x}$

شكل التمثيل البياني:	قطع زائد
المجال والمدى :	$R-\{0\}$
خطا التقارب :	$x=0\,,y=0$
المقطعان :	لا يوجد
تكون الدالة غير معرفة عندما :	$x=0$



التمثيل البياني للدالة الأم

خطوط التقارب للدالة : $a\neq 0\,،\,y=\frac{a}{x-b}+c$

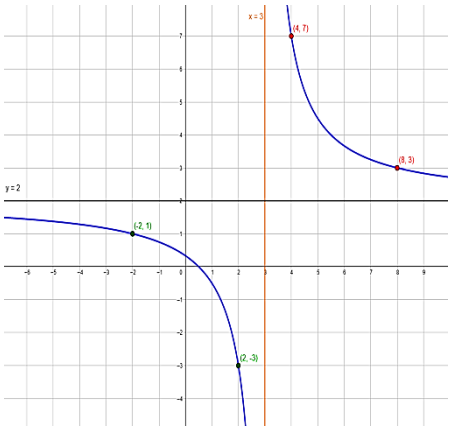
خط التقارب الرأسي	يكون عند قيمة x التي تجعل المقام صفرا :(شرط أن تكون الدالة في أبسط صورة) اي ان خط التقارب الراسي للدالة هو $x=b$
خط التقارب الأفقي	$y=c$

مثال : مثل بيانيا الدالة : $f(x)=\frac{5}{x-3}+2$

أولا : نحدد قيم x التي تكون الدالة عندها غير معرفة $x-3=0\Rightarrow x=3$

للرسم : نختار قيمتين اكبر من 3 وقيمتين اصغر من 3

x	$f(x)=\frac{5}{x-3}+2$	الازواج المرتبة
8	$f(8)=\frac{5}{8-3}+2=\frac{5}{5}+2=1+2=3$	$(8,3)$
4	$f(4)=\frac{5}{4-3}+2=\frac{5}{1}+2=5+2=7$	$(4,7)$
2	$f(2)=\frac{5}{2-3}+2=\frac{5}{-1}+2=-5+2=-3$	$(2,-3)$
-2	$f(-2)=\frac{5}{-2-3}+2=\frac{5}{-5}+2=-1+2=1$	$(-2,1)$



خصائص الدالة

المجال : $\{x|x\neq 3\}$ المدى : $\{f(x)|f(x)\neq 2\}$

خط التقارب الرأسي: $x=3$

خط التقارب الافقي: $y=2$

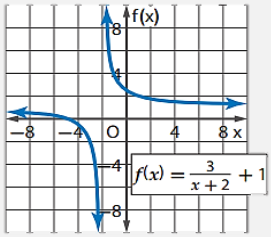
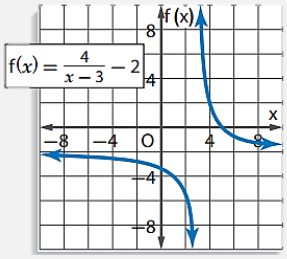
اختبر نفسك

الوحدة الأولى:
العلاقات والدوال النسبية

(1-3) تمثيل دوال المقلوب بيانياً

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	شكل التمثيل البياني للدالّة الرئيسة (الأم) لدوالّ المقلوب $f(x)=\frac{1}{x}$ هو:							
	Ⓐ	قطع مكافئ	Ⓑ	قطع ناقص	Ⓒ	دائرة	Ⓓ	قطع زائد
2	خط التقارب الأفقي للدالة الموضحة بالرسم المجاور: 							
	Ⓐ	$y=-1$	Ⓑ	$y=1$	Ⓒ	$x=2$	Ⓓ	$x=-2$
3	خط التقارب الرأسي للدالة الموضحة بالرسم المجاور: 							
	Ⓐ	$x=-3$	Ⓑ	$x=3$	Ⓒ	$y=-2$	Ⓓ	$y=2$
4	مدى الدالة $f(x)=\frac{7}{x+4}+3$ هو :							
	Ⓐ	R - {3}	Ⓑ	R - {4}	Ⓒ	R - {-3}	Ⓓ	R - {- 4}
5	مجال الدالّة $f(x)=\frac{5}{4x-8}$ هو:							
	Ⓐ	جميع الأعداد الحقيقية	Ⓑ	جميع الأعداد الحقيقية ما عدا الصفر	Ⓒ	جميع الأعداد الحقيقية ما عدا 1	Ⓓ	جميع الأعداد الحقيقية ما عدا 2

4- 1 تمثيل الدوال النسبية بيانياً

المهارات السابقة	تمثيل دوال المقلوب بيانياً
المفردات	الدالة النسبية – نقطة الانفصال
المهارات الأساسية	أمثل بيانيا دوال نسبية لها خطوط تقارب رأسية و أفقية أمثل بيانيا دوال نسبية لها نقاط انفصال

الدالة النسبية :

هي دالة على الصورة $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$ ،حيث $a(x)$ و $b(x)$ كثيرتا حدود ، و $b(x)\neq 0$

لتمثيل الدالة النسبية بيانيا

1. يجب تحديد أصفارها ، فأصفارها هي جميع قيم x التي يكون عندها $a(x)=0$
2. يجب تحديد خطوط التقارب لها

حالات خطوط التقارب الرأسي والافقية

إذا كان $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$ ، $a(x)$ و $b(x)$ حيث كثيرتا حدود لا يوجد بينهما عوامل مشتركة غير الواحد ، و $b(x)\neq 0$ فإنه:

يوجد خط تقارب رأسي	يوجد خط تقارب افقي واحد على الأكثر وفق الثلاث حالات التالية :		
عندما $b(x)=0$	لا يوجد خط تقارب افقي إذا كانت درجة $a(x)$ أكبر من درجة $b(x)$	$y=0$ إذا كانت درجة $a(x)$ أقل من درجة $b(x)$	$y=\frac{\text{المعامل الرئيس ل } a(x)}{\text{المعامل الرئيس ل } b(x)}$ إذا كانت درجة $a(x)$ تساوي من درجة $b(x)$

أمثلة لدوال نسبية مختلفة وخصائصها

الدالة	$f(x)=\frac{9}{x-7}$	$f(x)=\frac{6x-3}{2x+1}$	$f(x)=\frac{x^2-4}{x-5}$
خط التقارب الرأسي	$x-7=0\Rightarrow x=7$	$2x+1=0\Rightarrow x=\frac{-1}{2}$	$x-5=0\Rightarrow x=5$
المجال	$\{x\|x\neq 7\}$	$\left\{x\|x\neq\frac{-1}{2}\right\}$	$\{x\|x\neq 5\}$
خط التقارب الافقي	$y=0$	$y=\frac{6}{2}=3$	لا يوجد خط تقارب افقي
صفر الدالة	$9\neq 0$ لا يوجد صفر للدالة	$6x-3=0$ $x=\frac{1}{2}$	$x^2-4=0$ $(x-2)(x+2)=0$ $x=2\,,-2$

نقطة الانفصال

تظهر هذه النقطة على شكل فجوات في التمثيل البياني للدالة ؛ لان الدالة تكون غير معرفة عند تلك النقاط ومعرفه حولها

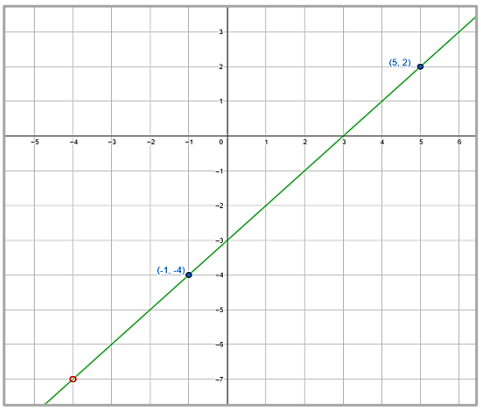
إذا كان $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$ ، $a(x)$ و $b(x)$ ، حيث $b(x)\neq 0$ وكان $x-c$ عاملا مشتركا بين $a(x)$ و $b(x)$ فإنه توجد نقطة انفصال عندما $x=c$

(وجود عامل مشترك بين البسط والمقام يدل على وجود فجوة)

تطبيقات

- مثل بيانيا $f(x)=\frac{x^2+x-12}{x+4}$

نحلل البسط لإيجاد العامل المشترك بين البسط والمقام وهو $x+4$ اي ان $x=-4$ هي نقطة الانفصال $f(x)=\frac{x^2+x-12}{x+4}=\frac{(x+4)(x-3)}{(x+4)}=x-3$ لذا فالتمثيل البياني ل $f(x)=\frac{x^2+x-12}{x+4}$ هو نفسه التمثيل البياني للدالة $f(x)=x-3$ مع وجود فجوة في التمثيل عندما $x=-4$



للرسم

الازواج المرتبة	$f(x)=x-3$	x
$(5,2)$	$5-3=2$	5
$(-1,-4)$	$-1-3=-4$	-1

- أوجد معادلات خطوط التقارب الرأسية ونقط الانفصال إن وجدت للتمثيل البياني للدالة :

$$f(x)=\frac{x+4}{x^2+9x+20}$$

نحلل المقام $f(x)=\frac{x+4}{x^2+9x+20}$

$$f(x)=\frac{x+4}{(x+4)(x+5)}$$

نختصر العوامل المشتركة بين البسط والمقام $f(x)=\frac{1}{(x+5)}$

خط التقارب الرأسي : $x=-5$ نقطة الانفصال : $x=-4$

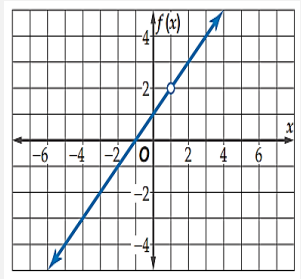
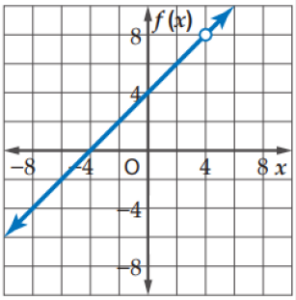
اختبر نفسك

الوحدة الأولى:
العلاقات والدوال النسبية

(4-1)تمثيل الدوال النسبية بيانياً

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	ما معادلة خط التقارب الرأسي للدالّة النسبية $f(x)=\frac{x+1}{x+2}$ ؟							
	Ⓐ	$x=2$	Ⓑ	$x=-2$	Ⓒ	$y=1$	Ⓓ	$y=2$
2	ما معادلة خط التقارب الأفقي للدالّة النسبية $f(x)=\frac{x+1}{x+2}$ ؟							
	Ⓐ	$y=0$	Ⓑ	$y=1$	Ⓒ	$y=2$	Ⓓ	لا يوجد خط تقارب أفقي
3	ما معادلة خط التقارب الأفقي للدالّة النسبية $f(x)=\frac{x^2}{x-2}$ ؟							
	Ⓐ	$y=0$	Ⓑ	$y=1$	Ⓒ	$y=2$	Ⓓ	لا يوجد خط تقارب أفقي
4	ما معادلة خط التقارب الرأسي للدالّة النسبية $f(x)=\frac{4x}{x^2-16}$ ؟							
	Ⓐ	$x=4$	Ⓑ	$x=-4$	Ⓒ	$x=4$، $x=-4$	Ⓓ	$x=16$، $x=-16$
5	ما معادلة خط التقارب الأفقي للدالّة النسبية $f(x)=\frac{4x}{x^2-16}$ ؟							
	Ⓐ	$y=0$	Ⓑ	$y=1$	Ⓒ	$y=2$	Ⓓ	لا يوجد خط تقارب أفقي
6	نقطة الانفصال الموضحة في الشكل المجاور عند: 							
	Ⓐ	$x=1$	Ⓑ	$x=4$	Ⓒ	$x=2$	Ⓓ	$x=0$
7	الشكل المجاور هو التمثيل للدالة: 							
	Ⓐ	$\frac{x^2-64}{x+8}$	Ⓑ	$\frac{x^2-64}{x-8}$	Ⓒ	$\frac{x^2-16}{x+4}$	Ⓓ	$\frac{x^2-16}{x-4}$

5- 1 دوال التغير

المهارات السابقة	كتابة معادلات خطية وتمثيلها بيانياً
المفردات	التغير الطردي – ثابت التغير – التغير المشترك – التغير العكسي- التغير المركب
المهارات الأساسية	أحل مسائل التغير الطردي والتغير المشترك . أحل مسائل التغير العكسي والتغير المركب .

نوع التغير	المفهوم	القاعدة
التغير الطردي	تتغير y طرديا مع x ، إذا وجد عدد $k \neq 0$ بحيث $y = kx$ ويسمى العدد k ثابت التغير	$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$
التغير المشترك	تتغير y تغيرا مشتركا مع x و z ، إذا وجد عدد $k \neq 0$ بحيث $y = kxz$ ويسمى العدد k ثابت التغير	$\frac{y_1}{x_1 z_1} = \frac{y_2}{x_2 z_2}$
التغير العكسي	تتغير y عكسيا مع x ، إذا وجد عدد $k \neq 0$ بحيث $xy = k$ أو $y = \frac{k}{x}$ ، حيث $x \neq 0$ و $y \neq 0$ ويسمى العدد k ثابت التغير	$x_1 y_1 = x_2 y_2$
التغير المركب	يحدث عندما تتغير كمية ما طرديا أو عكسيا أو كليهما معا مع كميتين أخريين أو أكثر إذا كانت y تتغير طرديا مع x ، و y تتغير عكسيا مع z ، إذا وجد عدد $k \neq 0$ بحيث $\frac{yz}{x} = k$ حيث $z \neq 0$ و $y \neq 0$ ويسمى العدد k ثابت التغير	$\frac{y_1 z_1}{x_1} = \frac{y_2 z_2}{x_2}$

أمثلة

1) إذا كانت y تتغير تغيرا طرديا مع x وكانت $y = 16$ عندما $x = 4$
فأوجد قيمة x عندما $y = 20$

$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} \Rightarrow \frac{16}{4} = \frac{20}{x_2}$

$16x_2 = (20)(4) \Rightarrow x_2 = 5$

$\therefore x = 5$ عندما $y = 20$

2) إذا كانت y تتغير تغيرا مشتركا مع x و z
وكانت $z = 4$, $y = 10$, $x = 2$,
فأوجد قيمة y عندما $z = 3$ و $x = 4$

$\frac{y_1}{x_1 z_1} = \frac{y_2}{x_2 z_2} \Rightarrow \frac{10}{2 \cdot 4} = \frac{y_2}{4 \cdot 3}$

$120 = 8\ y_2 \Rightarrow y_2 = 15$

$\therefore y = 15$ عندما $z = 3$ و $x = 4$

3) إذا كانت a تتغير تغيرا طرديا مع b وعكسيا مع c
فأوجد قيمة b عندما $c = -5$ و $a = 10$
علما بأن $b = 4$ عندما $c = 3$ و $a = -2$

$a_1 = \frac{kb_1}{c_1}$, $a_2 = \frac{kb_2}{c_2} \Rightarrow k\ \frac{a_1 c_1}{b_1}$, $k = \frac{a_2 c_2}{b_2}$

$\frac{a_1 c_1}{b_1} = \frac{a_2 c_2}{b_2} \Rightarrow \frac{(-2)(3)}{4} = \frac{(10)(-5)}{b_2}$

$-6\ b_2 = -200 \Rightarrow b_2 = 33\frac{1}{3}$

4) إذا كانت x تتغير عكسيا y مع وكانت $y = 12$ عندما $x = 10$ فأوجد قيمة y عندما $x = 15$

$x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2$

$10 \cdot 12 = 15 \cdot y_2$

$y_2 = 8$

اختبر نفسك

الوحدة الأولى:
العلاقات والدوال النسبية

(1-5) دوال التغير

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	**إذا كانت y تتغير طرديًا مع x، وكان $k \neq 0$ فإن:**							
	Ⓐ	$y = kx$	Ⓑ	$xy = k$	Ⓒ	$y = k - x$	Ⓓ	$2yx = k$
2	**ما نوع التغيُّر الذي تمثله المعادلة $z = 30x$ ؟**							
	Ⓐ	طردي.	Ⓑ	عكسي.	Ⓒ	مشترك.	Ⓓ	مركّب.
3	**إذا كانت y تتغير تغيرًا طرديًا مع x، وكانت $y = 4$ عندما $x = -2$، فأوجد قيمة y عندما $x = 30$**							
	Ⓐ	$-\frac{4}{15}$	Ⓑ	60	Ⓒ	-60	Ⓓ	$\frac{4}{15}$
4	**إذا كانت y تتغير تغيرًا مشتركًا مع x و z، وكانت $y = 24$ عندما $x = 2$ و $z = 3$، فأوجد قيمة y عندما $x = 1$ و $z = 5$**							
	Ⓐ	5	Ⓑ	20	Ⓒ	10	Ⓓ	4
5	**إذا كانت y تتغير عكسيًا مع x، وكان $k \neq 0$ فإن:**							
	Ⓐ	$y = kx$	Ⓑ	$xy = k$	Ⓒ	$y = k - x$	Ⓓ	$2y + x = k$
6	**ما نوع التغيُّر الذي تمثله المعادلة $ac = 5$ ؟**							
	Ⓐ	طردي.	Ⓑ	عكسي.	Ⓒ	مشترك.	Ⓓ	مركّب.

6-1 حل المعادلات والمتباينات النسبية

المهارات السابقة	درست تبسيط عبارات نسبية
المفردات	المعادلة النسبية – هي معادلة التي تحوي على عبارة نسبية أو أكثر المتباينة النسبية - هي متباينة التي تحوي على عبارة نسبية أو أكثر
المهارات الأساسية	أحل معادلات نسبية . أحل متباينات نسبية .

حل المعادلة النسبية

1. ضرب طرفي المعادلة ب LCM للتخلص من المقامات
2. التحقق من صحة الحل لاستثناء القيم التي تجعل أحد مقامات المعادلة صفرا

مثال/ حل المعادلة $\frac{9}{x-7}-\frac{7}{x-6}=\frac{13}{x^2-13x+42}$

الحل

LCM **للمقامات هو** $(x-7)(x-6)$

$$\frac{9}{(x-7)}\cdot\cancel{(x-7)}(x-6)-\frac{7}{\cancel{(x-6)}}\cdot(x-7)\cancel{(x-6)}=\frac{13}{x^2-13x+42}\cdot\cancel{(x-7)(x-6)}$$

$$9(x-6)-7(x-7)=13$$

$$9x-54-7x+49=13$$

$$2x-5=13 \quad \Rightarrow 2x=5+13$$

$$\Rightarrow 2x=18 \Rightarrow x=\frac{18}{2}$$

$$\Rightarrow x=9$$

التحقق من الحل

$$\frac{9}{9-7}-\frac{7}{9-6}\overset{؟}{=}\frac{13}{9^2-13(9)+42}$$

$$\frac{9}{2}-\frac{7}{3}\overset{؟}{=}\frac{13}{6}$$

$$\frac{9\cdot 3}{2\cdot 3}-\frac{7\cdot 2}{3\cdot 2}\overset{؟}{=}\frac{13}{6}$$

$$\frac{27-14}{6}\overset{؟}{=}\frac{13}{6}$$

$$\frac{13}{6}=\frac{13}{6}$$

حل المتباينة النسبية

1. تحديد القيم المستثناة و هي القيم التي يكون عندها المقام صفرا
2. حل المعادلة المرتبطة والتي تحصل عليها بوضع رمز المساواة بدلا من رمز التباين في المتباينة
3. استعمل القيم التي في الخطوة 1و2 لتقسيم خط الاعداد
4. اختبر قيمة من كل فترة لتحديد الفترات التي تحقق أعدادها المتباينة

مثال/ حل المتباينة $\frac{1}{x}+\frac{1}{2x} > 5$

القيم المستثناة هي $x = 0$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{2x} = 5 \quad \Rightarrow \frac{2\cdot 1}{2\cdot x}+\frac{1}{2x} = 5$$

$$\frac{2+1}{2x} = 5 \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{2x} = 5$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2(5)} = x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{3}{10} = 0.3$$

اختبار منطقة الحل

$\frac{1}{-1}+\frac{1}{2(-1)} > 5$	$\frac{1}{0.2}+\frac{1}{2(0.2)} > 5$	$\frac{1}{0.5}+\frac{1}{2(0.5)} > 5$
$-1.5 > 5$	$7.5 > 5$	$3 > 5$
✗	✓	✗

الجملة صحيحة عندما $x = 0.2$ ، لذا فإن الحل هو $0 < x < 0.3$

اختبر نفسك

الوحدة الأولى:
العلاقات والدوال النسبية

(1-6) حل المعادلات والمتباينات النسبية

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	حل المعادلة $\frac{5}{6}=\frac{7}{12}+\frac{7}{x}$ هو:							
	Ⓐ	28	Ⓑ	-28	Ⓒ	14	Ⓓ	$\emptyset$
2	إذا كان $\frac{2a}{a}+\frac{1}{a}=4$، فما قيمة a ؟							
	Ⓐ	$-\frac{1}{8}$	Ⓑ	$\frac{1}{8}$	Ⓒ	$\frac{1}{2}$	Ⓓ	2
3	حل المعادلة $\frac{2}{5x}-\frac{1}{2x}=-\frac{1}{2}$ هو:							
	Ⓐ	$\frac{1}{10}$	Ⓑ	$\frac{1}{5}$	Ⓒ	$\frac{1}{4}$	Ⓓ	$\frac{1}{2}$
4	حل المعادلة $\frac{11}{a+2}-\frac{10}{a+5}=\frac{36}{a^2+7a+10}$ هو:							
	Ⓐ	-1	Ⓑ	$-\frac{1}{2}$	Ⓒ	$\frac{1}{2}$	Ⓓ	1
5	مجموعة حل المتباينة $\frac{5}{x}+\frac{7}{x}<6$ هي:							
	Ⓐ	$x>2$	Ⓑ	$0<x<2$	Ⓒ	$x<0\ ,x>2$	Ⓓ	$x<0$
6	مجموعة حل المتباينة $\frac{2}{x}+\frac{5}{x-1}<0$ هي:							
	Ⓐ	$x<0$	Ⓑ	$x<1$	Ⓒ	$x<0\ ,x>1$	Ⓓ	$0<x<1$

الفصل الثاني

المتتابعات والمتسلسلات

2 – 1 المتتابعات بوصفها دوال	الدرس	اختبر نفسك
2 – 2 المتتابعات والمتسلسلات الحسابية	الدرس	اختبر نفسك
2 – 3 المتتابعات والمتسلسلات الهندسية	الدرس	اختبر نفسك
2 – 4 المتسلسلات الهندسية اللانهائية	الدرس	اختبر نفسك
2 – 5 نظرية ذات الحدين	الدرس	اختبر نفسك
2 – 6 البرهان باستعمال مبدأ الاستقراء الرياضي	الدرس	اختبر نفسك

خريطة ذهنية للفصل الثاني

الاختبار التشخيصي

الوحدة الثانية: المتتابعات والمتسلسلات	التهيئة
الاسم :	الشعبة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1	حل المعادلة $6x - 13 = 23$							
	Ⓐ	-12	Ⓑ	$\frac{5}{3}$	Ⓒ	5	Ⓓ	6
2	الدالة التي مجالها $\{2, 4, 6, 8\}$ هي							
	Ⓐ	{(2,4),(4,16), (3,9),(5,25)}	Ⓑ	{(6,2),(12,4), (18,6),(24,8)}	Ⓒ	{(2,1),(4,2), (6,3),(8,4)}	Ⓓ	{(1,2),(2,4), (3,6),(4,8)}
3	أي معادلة من المعادلات التالية أحد حلولها : x = - 2							
	Ⓐ	$2x^2 - 4 = -12$	Ⓑ	$x^2 - 4 = 12$	Ⓒ	$x^2 - 4 = 1$	Ⓓ	$2x^2 + 4 = 12$
4	تريد مها أن تزرع حديقة منزلها فاشترت 60 شتلة ورد ، زرعت في أحد جانبيها 15 شتلة وفي الجزء الثاني قررت زرع كل 9 شتلات متبقية في صف واحد فإن عدد الصفوف التي ستزرعها مها يساوي:							
	Ⓐ	4	Ⓑ	5	Ⓒ	9	Ⓓ	45
5	قيمة العبارة الرياضية $2zy^x$ ، في أبسط صورة عندما $z = -5$, $y = \frac{1}{2}$, $x = 3$ تساوي:							
	Ⓐ	$\frac{5}{4}$	Ⓑ	$-\frac{5}{4}$	Ⓒ	$\frac{4}{5}$	Ⓓ	$-\frac{4}{5}$

1 – 2 المتتابعات بوصفها دوال

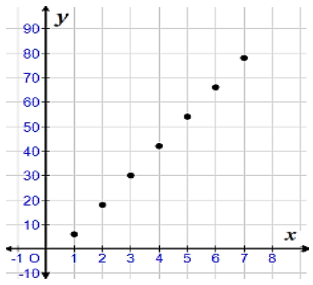
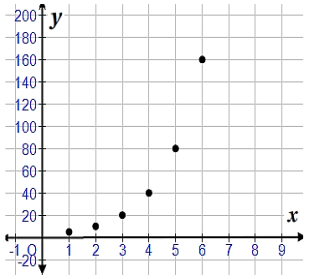
المهارات السابقة	درست الدوال الخطية والدوال الأسية
المفردات	المتتابعة : مجموعة من الاعداد مرتبة في نمط معين أو ترتيب محدد . حد المتتابعة : كل عدد في المتتابعة . المتتابعة المنتهية : لها عدد محدود من الحدود . المتتابعة الغير المنتهية: تستمر حدودها إلى مالانهاية
المهارات الأساسية	أتعرف المتتابعة الحسابية باعتبارها دالة خطية . أتعرف المتتابعة الهندسية باعتبارها دالة أسية .

المتتابعة كدالة :

- المجال: مجموعة الاعداد الطبيعية أو مجموعة جزئية منها
- المدى: مجموعة جزئية من مجموعة الاعداد الحقيقية
- أنواعها كثيره ومشهورة ولعل مجال الدراسة يختص فقط بنوعين

المتتابعة الحسابية – المتتابعة الهندسية

قوانين ومقارنات

الخصائص	المتتابعة الحسابية	المتتابعة الهندسية
المفهوم	متتابعة عددية يكون الفرق بين حدين متتالين يساوي مقدار ثابت	متتابعة عددية تكون النسبة بين حدين متتاليين يساوي مقدار ثابت
أساس المتتابعة	يسمى بالفرق المشترك وهو الفرق بين كل حدين متتالين (الحد – سابقة) $d = a_2 - a_1$	يسمى بالنسبة المشترك وهو النسبة بين كل حدين متتالين (الحد ÷ سابقة) $r = a_2 \div a_1 = \frac{a_2}{a_1}$
مثال	❁ متتابعة الاعداد الزوجية و $d = 2$ ❁ متتابعة الأعداد الفردية و $d = 2$ ❁ $5, 8, 11, 14, 17, \ldots\ldots$ $d = 3$ $-4, -6, -8, -10, \ldots\ldots$ $d = -2$	❁ $2, 4, 8, 16, 32, \ldots\ldots$ $r = 2$ ❁ $0.4, 0.00.4, 0.00004, \ldots$ $r = \frac{1}{100}$ ❁ $4, \frac{8}{3}, \frac{16}{9}, \frac{32}{27}, \ldots\ldots$ $r = \frac{2}{3}$
تمثيل المتتابعة	تمثيل المتتابعة الحسابية $6, 18, 30, 42, \ldots\ldots$ تمثل بيانيا بدالة خطية 	تمثيل المتتابعة الهندسية $5, 10, 20, 40, \ldots\ldots$ تمثل بيانيا بدالة أسية 

اختبر نفسك

الوحدة الثانية: المتتابعات والمتسلسلات

(2-1) المتتابعات بوصفها دوال

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	ما الحدود الأربعة التالية للمتتابعة الحسابية ..... ، 16 ،13 ، 10							
	Ⓐ	19, 22, 25, 28	Ⓑ	17, 18, 19, 20	Ⓒ	19, 21, 24, 27	Ⓓ	20, 25, 30, 35
2	الحدين التاليين في المتتابعة الهندسية .....،4، 6 ، 9							
	Ⓐ	$\frac{8}{3}$,$\frac{16}{9}$	Ⓑ	$\frac{2}{3}$,$\frac{4}{3}$	Ⓒ	2 , 0	Ⓓ	8, 16
3	يتكون مدرَّج من عدة صفوف، إذا كان عدد مقاعد الصف الأول 20 مقعدا، وكان كل صفٍّ يزيد على السابق له بأربعة مقاعد، ففي أيِّ صفٍّ يكون عدد المقاعد 48 ؟							
	Ⓐ	الصف الرابع	Ⓑ	الصف الثالث	Ⓒ	الصف السادس	Ⓓ	الصف السادس
4	الحد السابع للمتتابعة الحسابية التي فيها $a_1 = 3 , d = 5$							
	Ⓐ	30	Ⓑ	31	Ⓒ	33	Ⓓ	38
5	المتتابعة .....,3,12,27,48 هي							
	Ⓐ	حسابية وأساسها 15	Ⓑ	حسابية وأساسها 9	Ⓒ	حسابية وأساسها 4	Ⓓ	غير ذلك

2 – 2 المتتابعات والمتسلسلات الحسابية

المهارات السابقة	درست تمييز المتتابعة الحسابية
المفردات	الأوساط الحسابية: هي جميع الحدود الواقعة بين حدين غير متتالين في متتابعة حسابية المتسلسلة: ونحصل عليها بوضع إشارة الجمع (+) بين حدود المتتابعة المتسلسلة الحسابية : مجموع حدود متتابعة حسابية. المجموع الجزئي: وهو ناتج جمع الحدود n الأولى من المتسلسلة ورمزه S_n رمز المجموع : هو رمز يستخدم للتعبير عن المتسلسلة بصورة مختصرة
المهارات الأساسية	أجد حدود متتابعة حسابية وحدها النوني . أجد أوساطا حسابية أجد مجموع حدود متسلسلة حسابية منتهية

الحد النوني في المتتابعة الحسابية:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

- a_n : الحد النوني ، a_1 : الحد الأول ، n :عدد طبيعي يمثل عدد الحدود ، d : أساس المتتابعة

استخدامات قانون الحد النوني

المطلوب	مثال
إيجاد قيمة حد معين	س: أوجد الحد الستون في المتتابعة الحسابية التي فيها $a_1 = 418 \ , d = 12$ نستخدم القانون $a_n = a_1 + (n-1)d$ نعوض بالمعطيات $a_{60} = 418 + (60-1)(12)$ نبسط ونحسب $a_{60} = 1126$
إيجاد صيغة للحد النوني	اكتب صيغة الحد النوني للمتتابعة الحسابية $4 , 1, -2, -5, \ldots$ نستخدم القانون $a_n = a_1 + (n-1)d$ نعوض بالمعطيات $a_1 = 4 \ , \ d = -3$ نبسط ونحسب $a_n = 4 + (n-1)(-3)$ $a_n = 7 - 3n$
إيجاد الأوساط الحسابية	أوجد ثلاث أوساط حسابية بين $9 , \ldots , \ldots , \ldots , 93$ نوجد قيمة n n تمثل عدد الحدود وهي عدد الأوساط المطلوبة +2 $n = 3 + 2 = 5$ من المعطيات $a_1 = 9 \ , a_n = 93 , \ n = 5$ نوجد قيمة d من القانون $a_n = a_1 + (n-1)d$ نعوض بالمعطيات $93 = 9 + (5-1)d$ ونبسط $93 = 9 + 4d$ $d = 21$ نكتب الأوساط الثلاثة $9 , 30 , 51, 72, 93$

المتسلسلات الحسابية

صيغ المجموع	نوع الصيغة	المعطيات في السؤال	مجموع n من الحدود
الجزئي في متسلسلة حسابية	العامة	a_1 , a_n , n	$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$
	البديلة	a_1 , d , n	$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

مثال / أوجد S_n للمتسلسلة الحسابية $n = 30$ ، $a_n = 101$ ، $a_1 = 14$

صيغة المجموع	$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$
بالتعويض بالمعطيات	$S_{30} = \frac{30}{2}(14 + 101)$
التبسيط	$S_{30} = 15\,(115) = 1725$
النتيجة	مجموع المتسلسلة هو 1725

رمز المجموع

$\sum_{k=1}^{n} f(k)$ ← صيغة حدود المتسلسلة

k أول قيمة لـ

k آخر قيمة لـ

أوجد $\sum_{n=3}^{8}(5n - 10)$

المتسلسلة المعطاة حسابية

نوجد قيم n , a_1 , a_n

عدد الحدود	$n = 8 - 3 + 1 = 6$
الحد الأول	$a_1 = 5(3) - 10 = 5$
الحد الأخير	$a_n = 5(8) - 10 = 30$

صيغة المجموع

$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

بالتعويض والتبسيط

$S_6 = \frac{6}{2}(5 + 30) = 3(35) = 105$

من استخدامات صيغ المجموع إيجاد حدود المتسلسلة حسب المعطيات

أوجد الحدود الثلاثة الأولى في المتتابعة الحسابية $S_n = -1207$ ، $a_n = -85$ ، $a_1 14$

أولا نوجد قيمة n من صيغة المجموع العامة

$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

$-1207 = \frac{n}{2}(14 + (-85))$

$-2414 = n\,(-71) \implies \boxed{n = 34}$

ثانيا : أوجد قيمة d من صيغة الحد النوني

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$-85 = 14 + (34-1)d$

$-99 = (33)d \implies \boxed{d = -3}$

ثالثا: استعمل قيمة d لإيجاد a_2 , a_3

$a_2 = 14 - 3 = 11$

$a_3 = 11 - 3 = 8$

اختبر نفسك

الوحدة الثانية: المتتابعات والمتسلسلات

(2-2) المتتابعات والمتسلسلات الحسابية

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	متتابعة حسابية فيها $a_1 = 15 , d = 8$ فإن a_{20} تساوي							
	Ⓐ	152	Ⓑ	175	Ⓒ	159	Ⓓ	167
2	الحد النوني للمتتابعة الحسابية $12, 3, -6 , \ldots \ldots \ldots$							
	Ⓐ	$-9n + 21$	Ⓑ	$9n + 21$	Ⓒ	$-9n - 21$	Ⓓ	$-3n + 15$
3	$\sum_{k=4}^{18} (6k - 1) =$							
	Ⓐ	846	Ⓑ	910	Ⓒ	975	Ⓓ	1008
4	قيمة x التي تحقق ان $\sum_{k=5}^{x} (8k + 2) = 1032$							
	Ⓐ	13	Ⓑ	14	Ⓒ	15	Ⓓ	16
5	الوسطين الحسابيين بين العددين 17 , 8 هما							
	Ⓐ	10 , 12	Ⓑ	11 , 14	Ⓒ	9 , 13	Ⓓ	12 , 13

3 – 2 المتتابعات والمتسلسلات الهندسية

المهارات السابقة	درست تمييز المتتابعة الهندسية
المفردات	الأوساط الهندسية : هي جميع الحدود الواقعة بين حدين غير متتالين في متتابعة هندسية المتسلسلة الهندسية : مجموع حدود متتابعة هندسية .
المهارات الأساسية	أجد حدود متتابعة هندسية وحدها النوني . أجد أوساطا هندسية أجد مجموع حدود متسلسلة هندسية منتهية

الحد النوني في المتتابعة الهندسية:

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

- a_n : الحد النوني ، a_1 : الحد الأول ، n :عدد طبيعي يمثل عدد الحدود ، r : أساس المتتابعة

استخدامات قانون الحد النوني

المطلوب	مثال
إيجاد قيمة حد معين	أوجد الحد التاسع في المتتابعة الهندسية التي فيها $a_1 = 8 \ , r = \frac{1}{2} \ , n = 9$ نستخدم القانون $a_n = a_1 r^{n-1}$ نعوض بالمعطيات $a_9 = 8\,(\frac{1}{2})^{9-1}$ نبسط ونوجد قيمة الحد التاسع $a_9 = 8\,(\frac{1}{2})^{8} = \frac{1}{32}$
إيجاد صيغة للحد النوني	اكتب صيغة الحد النوني للمتتابعة الهندسية ... , 40 , 20 , 10 نستخدم القانون $a_n = a_1 r^{n-1}$ من المعطيات $a_1 = 40 \ , \ r = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ نعوض من المعطيات $a_n = 40(\frac{1}{2})^{n-1}$ صيغة الحد النوني
إيجاد الأوساط الهندسية	أوجد أربعة أوساط هندسية بين 2 ... , ... , . . . , 486 نوجد قيمة n n تمثل عدد الحدود وهي عدد الأوساط المطلوبة +2 $n = 4 + 2 = 6$ من المعطيات $a_1 = 2 \ , a_n = 486 \ , \ n = 6$ نوجد قيمة r من القانون $a_n = a_1 r^{n-1}$ نعوض بالمعطيات $486 = 2r^{6-1}$ ونبسط $r^5 = 243 \implies r = \sqrt[5]{243} = 3$ نكتب الأوساط الثلاثة باستعمال r=3 2 , 6 , 18 , 54 , 162 , 486

المتسلسلات الهندسية

صيغ المجموع	نوع الصيغة	المعطيات في السؤال	مجموع n من الحدود
الجزئي في متسلسلة هندسية	العامة	a_1 , a_n , r	$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \quad , r \neq 1$
	البديلة	a_1 , d , r	$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r} \quad , r \neq 1$

أوجد قيمة $\sum_{k=2}^{32} 9\,(-1)^{k-1}$

المتسلسلة المعطاة هندسية $r = -1$ نوجد قيم n , a_1

عدد الحدود $n = 32 - 2 + 1 = 31$

الحد الأول $a_1 = 9\,(-1)^{2-1} = -9$

صيغة المجموع $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

بالتعويض والتبسيط $S_{31} = \frac{-9(1-(-1)^{31})}{1-(-1)} \Rightarrow S_n = \frac{-9(1+1))}{1+1} = -9$

من استخدامات صيغ المجموع إيجاد حدود المتسلسلة حسب المعطيات

أوجد a_1 في المتتابعة الهندسية : $S_n = 210 \, , n = 6$ ، $r = -2$

نعوض بالمعطيات في صيغة المجموع

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$210 = \frac{a_1(1-(-2)^6)}{1-(-2)}$$

$$210 = \frac{a_1(1-64)}{1+2} \Rightarrow 210 = \frac{a_1(63)}{3}$$

$$210 = 21\, a_1 \Rightarrow a_1 = 10$$

اختبر نفسك

الوحدة الثانية: المتتابعات والمتسلسلات

(2-3) المتتابعات والمتسلسلات الهندسية

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	**الحد النوني للمتتابعة الهندسية ... ... , 128 , 16 , 2 هو**							
	Ⓐ	$(8)^{n-1}$	Ⓑ	$2(8)^{n-1}$	Ⓒ	$(16)^{n-1}$	Ⓓ	$2(8)^{n}$
2	**الحد العاشر في المتتابعة الهندسية ..... , 4 , 2 , 1 , $\frac{1}{2}$ هو**							
	Ⓐ	**1024**	Ⓑ	**512**	Ⓒ	**256**	Ⓓ	**128**
3	**الوسط الهندسي بين العددين** 16 , 4							
	Ⓐ	**10**	Ⓑ	-10	Ⓒ	± 10	Ⓓ	± 8
4	**الوسطين الهندسيين بين العددين 9 , $\frac{1}{3}$ هما**							
	Ⓐ	**3 , 6**	Ⓑ	**1 , 3**	Ⓒ	**2 , 4**	Ⓓ	$-1 , -3$
5	$\sum_{k=1}^{10} 3(2)^{k-1} =$							
	Ⓐ	**3069**	Ⓑ	**1533**	Ⓒ	**1023**	Ⓓ	**3050**

4-2 المتسلسلات الهندسية الانهائية

المهارات السابقة	درست إيجاد مجموع حدود متسلسلة هندسية منتهية
المفردات	لمتسلسلة الهندسية اللانهائية: متسلسلة هندسية لها عدد لانهائي من الحدود المجموع الجزئي لمتسلسلة لانهائية : S_n هو مجموع عدد محدد (n) من حدودها المتسلسلة المتقاربة :عندما تقترب مجاميعها الجزئية (S_n) من عدد ثابت كلما زادت قيمة n المتسلسلة المتباعدة : عندما لا تقترب مجاميعها الجزئية (S_n) من عدد ثابت كلما زادت قيمة n مالانهاية:
المهارات الأساسية	أجد مجموع حدود متسلسلة هندسية غير منتهية أكتب الكسر العشري الدوري في صورة كسر اعتيادي

	المتسلسلات الهندسية التقاربية	المتسلسلات الهندسية التباعدية
المفهوم	إذا كان $\|r\| < 1$ فإن المجموع الجزئي يقترب من عدد ثابت	إذا كان $\|r\| \geq 1$ فإن المجموع الجزئي لا يقترب من عدد ثابت
المجموع	$S = \frac{a_1}{1-r}$	لا يوجد مجموع
مثال	$\sum_{n=1}^{\infty} 15\left(\frac{4}{5}\right)^{n-1} \Rightarrow r = \frac{4}{5} < 1$ المتسلسلة الهندسية اللانهائية تقاربية يوجد لها مجموع على الصورة $S = \frac{a_1}{1-r} = \frac{15}{1-\frac{4}{5}} = \frac{15}{\frac{1}{5}}$ $= 15 \times 5 = 75$	$3 + 4 + \frac{16}{3} + \cdots\ldots$ $r = \frac{4}{3} > 1$ المتسلسلة الهندسية اللانهائية تباعدية ولا يوجد لها مجموع

الكسر العشري الدوري: هو مجموع متسلسلة هندسية

لتحويل الكسر العشري الدوري إلى كسر اعتيادي طريقتين:

اكتب الكسر العشري الدوري التالي في صورة كسر اعتيادي : $0.\overline{43}$

باستعمال مجموع متسلسلة هندسية لانهائية

$0.\overline{43} = 0.43 + 0.0043 + \ldots$

$= \frac{43}{100} + \frac{43}{10000} + \cdots$

$a_1 = \frac{43}{100}$, $r = \frac{1}{100}$

$S_n = \frac{a_1}{1-r} = \frac{\frac{43}{100}}{1-\frac{1}{100}} = \frac{43}{99}$

باستعمال الخصائص الجبرية

$x = 0.\overline{43}$

$x = 0.43434343 \ldots$

$100x = 43.43434343 \ldots$

نطرح x من الطرف الايسر و $0.\overline{43}$ من الطرف الأيمن

$99x = 43 \Rightarrow x = \frac{43}{99}$

واختصاراً

$0.\overline{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$	$0.\overline{87} = \frac{87}{99} = \frac{29}{33}$	$0.\overline{243} = \frac{243}{999} = \frac{9}{37}$

اختبر نفسك

الوحدة الثانية: المتتابعات والمتسلسلات

(4-2) المتسلسلات الهندسية اللانهائية

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية ... $8+4+2+\cdots$							
	Ⓐ	16	Ⓑ	8	Ⓒ	$\frac{32}{3}$	Ⓓ	ليس لها مجموع
2	كتابة الكسر العشري الدوري $0.\overline{534}$ على صورة كسر اعتيادي بأبسط صورة هي :							
	Ⓐ	$\frac{534}{333}$	Ⓑ	$\frac{534}{1000}$	Ⓒ	$\frac{178}{333}$	Ⓓ	$\frac{178}{33}$
3	المتسلسلة الهندسية اللانهائية ..... $\frac{3}{4}+\frac{9}{4}+\frac{27}{4}+\cdots$							
	Ⓐ	تقاربية و $r=\frac{1}{3}$	Ⓑ	تقاربية و $r=\frac{3}{4}$	Ⓒ	تباعدية و $r=3$	Ⓓ	تباعدية و $r=9$
4	$\sum_{n=1}^{\infty} 10\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}=\cdots$							
	Ⓐ	$\frac{25}{3}$	Ⓑ	$\frac{25}{2}$	Ⓒ	8	Ⓓ	غير موجودة
5	اكتب $0.\overline{63}$ على صورة كسر اعتيادي							
	Ⓐ	$\frac{7}{11}$	Ⓑ	$\frac{63}{100}$	Ⓒ	$\frac{2}{8}$	Ⓓ	$6\frac{1}{3}$

5 – 2 نظرية ذات الحدين

المهارات السابقة	التوافيق واستعمالاتها
المفردات	مثلث باسكال: ويتكون المثلّث من صفوف يكون بداية كل صف فيه ونهايته العدد 1، وكل عدد من الأعداد الأخرى في الصف، يكون ناتج جمع العددين اللذين فوقه على اليمين واليسار مباشرة. نظرية ذات الحدين: تتكون من حدين مختلفين يربط بينهم علامة طرح أو جمع مرفوع لقوى n ويكون الناتج عن مثل هذه العملية مايسمى بالمفكوك الجبري للحدود.
المهارات الأساسية	أستعمل مثلث باسكال في إيجاد معاملات مفكوك المقدار $(a+b)^n$ أستعمل نظرية ذات الحدين في إيجاد مفكوك المقدار $(a+b)^n$

مثلث باسكال

$(a+b)^0$	1					
$(a+b)^1$	1	1				
$(a+b)^2$	1	2	1			
$(a+b)^3$	1	3	3	1		
$(a+b)^4$	1	4	6	4	1	
$(a+b)^5$	1	5	10	10	5	1

باستخدام مثلث باسكال أوجد مفكوك $(a+b)^5$

$$(a+b)^5 = 1a^5 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5a^1b^4 + 1b^5$$

نظرية ذات الحدين : إذا كان $n \in \mathbb{N}$

$$(a+b)^n = nC0\ a^n b^0 + nC1\ a^{n-1}b^1 + nC2\ a^{n-2}b^2 + \dots + nCn\ a^0 b^n$$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} nCk\ a^{n-k}b^k = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!\,(n-k)!}\ a^{n-k}b^k$$

أوجد مفكوك $(a-3b)^4$

$$(a-3b)^4 = \sum_{k=0}^{4} \frac{4!}{k!\,(4-k)!}\ a^{4-k}(-3b)^k$$

$$= \frac{4!}{4!\,0!}a^4 + \frac{4!}{3!\,1!}a^3(-3b)^1 + \frac{4!}{2!\,2!}a^2(-3b)^2 + \frac{4!}{1!\,3!}a^1(-3b)^3 + \frac{4!}{0!\,4!}(-3b)^4$$

$$= a^4 - 12a^3b + 54a^2b^2 - 108ab^3 + 81b^4$$

إيجاد قيمة حد معين في مفكوك ذات الحدين

بتطبيق القاعدة $t_{k+1} = nCk\ a^{n-k}b^k$

مثال أوجد الحد الثالث في مفكوك $(x+3y)^6$

$$t_{k+1} = nCk\ a^{n-k}b^k \quad \Rightarrow \quad n=6,\ k=2,\ a=x,\ b=3y$$

$$t_{2+1} = 6C2\ x^{6-2}(3y)^2$$

$$t_3 = 15\ x^4 . 9y^2 = 135x^4y^2$$

اختبر نفسك

الوحدة الثانية: المتتابعات والمتسلسلات

(2-5) نظرية ذات الحدين

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	الحد الخامس في مفكوك $(a+b)^7$ هو							
	Ⓐ	$35a^4b^3$	Ⓑ	$35a^3b^4$	Ⓒ	$21a^2b^5$	Ⓓ	$35a^5b^2$
2	الحد الخامس في مفكوك $(5a-4b)^4$ هو							
	Ⓐ	$2400a^2b^2$	Ⓑ	$2000a^3$	Ⓒ	$1280ab^3$	Ⓓ	$256b^4$
3	مفكوك $(x+2y)^3$							
	Ⓐ	$x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3$			Ⓑ	x^3+8y^3		
	Ⓒ	$x^2+4xy+4y^2$			Ⓓ	$x^3+4x^2y+4xy^2+8y^3$		
4	مفكوك $(1+x)^4$							
	Ⓐ	$1+4x+6x^2+4x^3+x^4$			Ⓑ	$1+4x+6x^2+4x^3+4x^4$		
	Ⓒ	$4x+6x^2+4x^3+x^4$			Ⓓ	$1+x^4$		
5	معاملات الحدود الناتجة من مفكوك $(x+y)^4$							
	Ⓐ	1،5،10،5،1	Ⓑ	1،3،3،1	Ⓒ	1،4،4،1	Ⓓ	1،4،6،4،1

6-2 البرهان باستعمال مبدأ العد الاستقراء الرياضي

المهارات السابقة	درست إيجاد مجموع متسلسلة حسابية
المفردات	مبدأ الاستقراء الرياضي: هو أسلوب لبرهنة الجمل الرياضية المتعلّقة بالأعداد الطبيعية. فرضية الاستقراء :
المهارات الأساسية	أبرهن الجمل الرياضية باستعمال مبدأ الاستقراء الرياضي . أثبت خطأ جملة رياضية بإيجاد مثال مضاد .

مبدأ الاستقراء الرياضي

لإثبات أن جملة ما صحيحة للأعداد الطبيعية جميعها n نتبع التالي

الخطوة الأولى: (الأساس) أثبت أن الجملة صحيحة عندما $n = 1$.

الخطوة الثانية: اكتب (فرضية الاستقراء): وهي أن نفترض أن الجملة صحيحةً عندما $n = k$

الخطوة الثالثة: (خطوة استقرائية). نثبت أن الجملة صحيحة عندما $n = k + 1$

مثال برهن صحة العبارة التالية لجميع الأعداد الصحيحة :

$$3 + 7 + 11 + \cdots (4n - 1) = n(2n + 1)$$

خطوات الاستقراء الرياضي

الطرف الأيمن	الطرف الأيسر
$n(2n + 1)$	$3 + 7 + 11 + \cdots (4n - 1)$
عندما $n = 1$	عندما $n = 1$
$1(2(1) + 1) = 3$ صحيحة	3 صحيحة

فريضة الاستقراء

نفرض صحة العبارة عندما $n = k$

$$3 + 7 + 11 + \cdots (4k - 1) = k(2k + 1)$$

صحيحة

إثبات صحة العبارة عندما $n = k + 1$

نضيف المقدار $4(k + 1) - 1$ لطرفي فرضية الاستقراء

$$3 + 7 + 11 + .. (4k - 1) + 4(k + 1) - 1 = k(2k + 1) + 4(k + 1) - 1$$
$$= 2k^2 + k + 4k + 4 - 1$$
$$= 2k^2 + 5k + 3$$
$$= 2k^2 + 5k + 3$$
$$= (k + 1)(2k + 3)$$

العبارة الأخيرة هي الطرف الأيمن من المعادلة المراد إثباتها، حيث استبدلت n بـ $k + 1$

فتكون المعادلة صحيحة عندما $k + 1$

وبالتالي العبارة $3 + 7 + 11 + \cdots (4n - 1) = n(2n + 1)$

صحيحة لكل n عدد طبيعي

من تطبيقات مبدأ الاستقراء الرياضي

إثبات قابلية القسمة و إعطاء مثال مضاد

مثال أوجد مثالا مضادا لنفي صحة الجملة (x^2+4 أولية أو قابلة للقسمة على 4)

بتجريب قيم ل x حيث x عدد طبيعي

صحة العبارة	x^2+4	قيم x
أولي	$1^2+4=5$	$x=1$
يقبل القسمة على 4	$2^2+4=8$	$x=2$
أولي	$3^2+4=13$	$x=3$
يقبل القسمة على 4	$4^2+4=20$	$x=4$
أولي	$5^2+4=29$	$x=5$
يقبل القسمة على 4	$6^2+4=40$	$x=6$
أولي	$7^2+4=53$	$x=7$
يقبل القسمة على 4	$8^2+4=68$	$x=8$
مثال مضاد	$9^2+4=85$	$x=9$
لان الناتج 85 ليس عدد أول ولا يقبل القسمة على 4		

اختبر نفسك

الوحدة الثانية: المتتابعات والمتسلسلات

(2-6) البرهان باستعمال مبدأ الاستقراء الرياضي

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	باستخدام البرهان بالاستقراء الرياضي فإن الفرضية التي تستخدم لإثبات صحة العبارة : $6^n - 1$ تقبل القسمة على 5 . عندما $n = k + 1$ هي :							
	Ⓐ	$6^k - 1 = r$	Ⓑ	$6^k - 1 = 5r$	Ⓒ	$6^k - 1 = 5$	Ⓓ	$6^{k+1} = 5r$
2	في العبارة الرياضية $3 + 7 + 11 + \cdots + (4n - 1) = 2n^2 + n$، ووفقاً لمبدأ الاستقراء الرياضي ، الحد المضاف لإثبات صحة العبارة عندما $n = k + 1$ يساوي :							
	Ⓐ	$4k + 1$	Ⓑ	$4k + 3$	Ⓒ	$4k + 4$	Ⓓ	$4k - 1$
3	من الأمثلة المضادة التي تثبت خطأ العبارة $n^2 + 1 + 5$ ، تقبل القسمة على 3 ، حيث n عدد طبيعي هي							
	Ⓐ	$n = 2$	Ⓑ	$n = 3$	Ⓒ	$n = 5$	Ⓓ	$n = 6$
4	العبارة الرياضية الذي يكون فيها $n = 2$ ليس مثالاً مضاداً لها هي:							
	Ⓐ	$7n - 5$ عدد أولي	Ⓑ	$18^n - 1$ من مضاعفات العدد 17				
	Ⓒ	$1 + 4 + \cdots + (3n - 2) = n^3 - n^2 + 1$	Ⓓ	$n^2 + n + 1$ عدد زوجي				
5	ذكر خالد أنه يوجد أربعة أزواج فقط من الأعداد الأولية الفردية المتتابعة وهي $(3,5), (5,7). (11,13), (17,19)$ فإن المثال المضاد الذي يثبت خطأ ماذكره هو:							
	Ⓐ	$(21, 23)$	Ⓑ	$(25, 27)$	Ⓒ	$(29, 31)$	Ⓓ	$(37,33)$

الفصل الثالث

الاحتمالات

3 – 1 تمثيل فضاء العينة	الدرس	اختبر نفسك
3 – 2 الاحتمال باستعمال التباديل	الدرس	اختبر نفسك
3 – 3 الاحتمال الهندسي	الدرس	اختبر نفسك
3 – 4 احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة	الدرس	اختبر نفسك
3 – 5 احتمالات الحوادث المتنافية	الدرس	اختبر نفسك

الاختبار التشخيصي

الوحدة الثالثة: الاحتمالات	التهيئة

الاسم : الشعبة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1 إذا ألقي مجسم ذو 4 وجوه متطابقة كتب على كل وجه أحد الأعداد من 1 إلى 4 فإن احتمال أن يكون العدد على الوجه الظاهر عدد فردي هو:

Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{6}$

2 يبين الجدول أدناه نواتج تجربة استقرار مؤشر دوار لقرص مقسم إلى أربعة قطاعات متطابقة ومرقمة بالأعداد من 1-4 فإن الإحتمال التجريبي لاستقرار المؤشر عند عدد أولى يساوي:

النتيجة	الإشارات	التكرار
1	|||	3
2	𝍸 ||	7
3	𝍸 |	6
4	||||	4

Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
$\frac{7}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{11}{20}$	$\frac{13}{20}$

3 ناتج العبارة $\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{9}$ في أبسط صورة

Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
$\frac{6}{11}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{1}{3}$

4 ألقي مجسم ذو 5 وجوه متطابقة ، كتب على كل وجه أحد الأعداد من 1 إلى 5 .
فإن احتمال أن يكون العدد الظاهر على الوجه العلوي عدداً زوجياً يساوي

Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	1	5

5 في تجربة سحب كرة من كيس يحتوي على 3 كرات حمراء و 6 صفراء و 2 خضراء .
أجاب خالد أن احتمال سحب كرة حمراء يساوي تقريباً 27٪ .
و أجاب محمد أن احتمال سحب كرة حمراء يساوي تقريباً 45٪ .
فالذي أجاب إجابة صحيحة هو

Ⓐ	Ⓒ
خالد	محمد

3 – 1 تمثيل فضاء العينة

المهارات السابقة	حساب الاحتمال التجريبي
المفردات	استعمل القوائم – الجدول -الرسم الشجري لتمثيل فضاء العينة أستعمل مبدأ العدَ الأساسي لإيجاد عدد النواتج الممكنة
المهارات الأساسية	فضاء العينة – الرسم الشجري -تجربة ذات مرحلتين – تجربة متعددة المراحل- مبدأ العد الأساسي

تمثيل فضاء العينة:

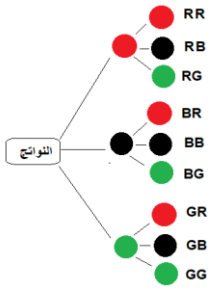
فضاء العينة: لتجربة ما هو مجموعة جميع النواتج الممكنة ويمكن تمثيله باستعمال القائمة المنظمة أو الجدوال أو الرسم الشجري.

النواتج: هي كل ما يمكن أن ينتج عن تجربة ما.

الحادثة: هي نتيجة أو أكثر للتجربة

مثال : سحب كرتين معا من صندوق يحتوي على 3 كرات حمراء (R)و 4 كرات خضراء (G) و2 كرات سوداء (B). مثل فضاء العينة باستعمال القائمة المنظمة والجدول و الرسم الشجري

الرسم الشجري



الجدول

النواتج	R	B	G
R	R ، R	R ، B	R ، G
B	B ، R	B ، B	B ، G
G	G ، R	G ، B	G ، G

القائمة

، B،R، B،G، B،B ، R،B، R،G، R،R

G،B، G،G ، G،R

التجربة العشوائية

قد تكون على مرحلتين وتسمى تجربة ذات **مرحلتين**

والتجارب التي تحتوي على اكثر من مرحلتين تسمى **تجارب متعددة المراحل**

مبدأ العد الأساسي

يمكن ايجاد عدد النواتج الممكنة لفضاء العينة بضرب عدد النواتج الممكنة في كل مرحلة من مراحل التجربة أ ي أن في تجربة عدد مراحلها افرض أن :

n_1 =عدد النواتج الممكنة في المرحلة الاولى

n_2 =عدد النواتج الممكنة في المرحلة الثانية بعد حدوث المرحلة الاولى

n_k =عدد النواتج الممكنة في المرحلة k بعد حدوث k-1 من المراحل

فإن العدد الكلي للنواتج الممكنة للتجربة التي عدد مراحلها يساوي $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \ldots\ldots \cdot n_k$

مثال : اوجد عدد النواتج الممكنة للموقف (يختار بدر واحدا من الالوان الستة لدراجته الجديدية و أحد تصميمين لمقاعدها . الحل : عدد النواتج : $2 \cdot 6 = 12$

اختبر نفسك

الوحدة الثالثة: الاحتمالات	(3-1) تمثيل فضاء العينة

الاسم : الشعبة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1	عدد طرق تكوين عدد مكون من 3 أرقام من الأرقام 2،3،4،5 إذا سمح بتكرار الرقم المستخدم هو							
	Ⓐ	120طريقة	Ⓑ	48 طريقة	Ⓒ	64 طريقة	Ⓓ	24 طريقة
2	عدد طرق تكوين عدد مكون من 3 أرقام من الأرقام 5،6،7،8 إذا لم يسمح بتكرار الرقم المستخدم هو							
	Ⓐ	120طريقة	Ⓑ	48 طريقة	Ⓒ	64 طريقة	Ⓓ	24 طريقة
3	تحتوي قائمة الطعام في احد المطاعم 5 أطباق رئيسية و 4 انواع حساء و 3 انواع حلوى فإن عدد الطلبات المختلفة التي يمكن تقديمها بحيث يحتوي كل منها على طبق رئيسي واحد و نوع حساء و اخر حلوى هو							
	Ⓐ	20	Ⓑ	120	Ⓒ	64	Ⓓ	60

ألقيت قطعة نقود مرتين ، مثل فضاء العينة لهذه التجربة باستعمال القائمة المنظمة أو الجداول أو الرسم الشجري . ؟

2 – 3 الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق

المهارات السابقة	استعمال مبدأ العد الأساسي .
المفردات	أستعمل التباديل في حساب الاحتمال استعمل التوافيق في حساب الاحتمال
المهارات الأساسية	المضروب – التباديل - التباديل الدائرية – التوافيق

التبديل : هو تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهماً.

المضروب : يكتب مضروب العدد الصحيح الموجب n على صورة $n!$ ويساوي حاصل ضرب جميع الاعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي n

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \dots \dots \cdot 2 \cdot 1$$

وقد اتفق على ان $0! = 1$

مثال : اوجد مضروب 5 .

الحل : $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

التباديل: يرمز الى عدد التباديل n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز ${}_nP_r$ حيث

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال : عدد تباديل 6 عناصر مأخوذ 4 منها في كل مرة يساوي :

$${}_6P_4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cancel{2!}}{\cancel{2!}} = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$$

التباديل مع التكرار: عدد التباديل المختلفة لعناصر عددها n عندما يتكررعنصرمنها r_1 من المرات وأخر r_2 من المرات وهكذا .. فإنه يساوي

$$\frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot r_3! \cdot \dots \dots \cdot r_k!}$$

مثال: ما احتمال أن يكون عدد مكون من الارقام السبعة الآتيه: 7،7،7،3،3،6،5 هو 6573737

عدد التباديل : $\frac{7!}{3! \cdot 2!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!} \cdot 2!} = \frac{210}{2} = 105$

الاحتمال : $\frac{1}{105}$

التباديل الدائرية:

1-عدد التباديل المختلفة لـ n من العناصر مرتبة على دائرة (بدون نقطة مرجعية) يساوي:

$$\frac{n!}{n} = \frac{n\cdot(n-1)!}{n} = (n-1)!$$

2-عدد التباديل المختلفة لـ n من العناصر مرتبة على دائرة (مع نقطة مرجعية) يساوي :

$$n!$$

مثال : بكم طريقة يمكن أن يجلس أربعة أشخاص حول منضدة مستديرة ؟

الحل : لاتوجد نقطة مرجع ثابتة إذن التباديل دائرية

$$(4-1)! = 3! = 6$$

أي يوجد 6 طرق لجلوس 4 أشخاص حول منضدة مستديرة .

مثال : يرتب سامي المقاعد على صورة دوائر للعمل في مجموعات متعاونة . إذا كان في دائرة سامي 7 مقاعد ، فما احتمال أن يكون مقعد سامي الاقرب الى الباب ؟

الحل : نقطة مرجعية: الاقرب الى الباب يعني انه تبديل خطي ، عدد التباديل يساوي $7!$

احتمال جلوس سامي الاقرب الى الباب : $\frac{6!}{7!} = \frac{6!}{7\cdot 6!} = \frac{1}{7}$

التوافيق: هي اختيار مجموعة من العناصر بحيث يكون الترتيب فيها غير مهم يرمز الى عدد توافيق n من العناصر المختلفة ماخوذة r في كل مرة بالرمز ${}_nC_r$ حيث

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!\cdot(n-r)!}$$

مثال: عدد توافيق 9 عناصر مأخوذة 6 في كل مرة يساوي :

$${}_9C_6 = \frac{9!}{6!\cdot(9-6)!} = \frac{9!}{6!\cdot 3!} = \frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6!}{6!\cdot 3!} = \frac{504}{6} = 84$$

اختبرنفسك

الوحدة الثالثة: الاحتمالات

(3-2) الاحتمال باستخدام التباديل والتوافيق

الاسم : **الشعبة :**

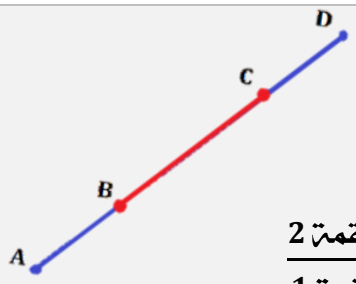
اختر الإجابة الصحيحة :

1	اذا كانت $_nP_2 = 72$ فإن قيمة n تساوي							
	Ⓐ	6	Ⓑ	7	Ⓒ	8	Ⓓ	9
2	إذا كانت $(n-1)! = 5040$ فإن n تساوي							
	Ⓐ	6	Ⓑ	7	Ⓒ	8	Ⓓ	9
3	$_5C_3 =$							
	Ⓐ	60	Ⓑ	10	Ⓒ	15	Ⓓ	20
4	عدد طرق اختيار 3 طلاب من 7 طلاب لتمثيل المدرسة في مسابقة ما هو							
	Ⓐ	$_7C_3$	Ⓑ	$_7P_3$	Ⓒ	7!	Ⓓ	$_3C_7$
5	من 10 اعضاء مجلس ادارة شركة يراد اختيار رئيس و نائب رئيس و امين سر فإن عدد طرق الاختيار يكون							
	Ⓐ	720 طريقة	Ⓑ	120 طريقة	Ⓒ	10 طريقة	Ⓓ	30 طريقة
6	$5! =$							
	Ⓐ	24	Ⓑ	120	Ⓒ	720	Ⓓ	5
7	$\frac{80!}{79!} =$							
	Ⓐ	80!	Ⓑ	1	Ⓒ	$\frac{80}{79}$	Ⓓ	80
8	$_5P_2 =$							
	Ⓐ	10	Ⓑ	5	Ⓒ	20	Ⓓ	40

3 – 3 الاحتمال الهندسي

المهارات السابقة	إيجاد احتمالات الحوادث البسيطة
المفردات	إيجاد الاحتمالات باستعمال الأطوال . أجد الاحتمالات باستعمال المساحات
المهارات الأساسية	الاحتمال الهندسي : هو احتمال يتضمن قياسا هندسيا مثل الطول او المساحة

الاحتمال والاطوال



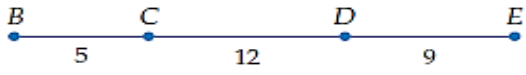
إذا احتوت القطعة المستقيمة (1) قطعة مستقيمة اخرى (2)

واختيرت نقطة تقع على القطعة (1) عشوائيا

فان احتمال أن تقع النقطة على القطعة(2) يساوي : $\frac{\text{طول القطعة المستقيمة 2}}{\text{طول القطعة المستقيمة 1}}$

مثال : إذا اختيرت النقطة E عشوائيا على $\overline{AD}$ فإن : $P(E \in \overline{BC}) = \frac{BC}{AD}$

مثال : اختيرت نقطة A عشوائيا على $\overline{BE}$ في الشكل أدناه . اوجد المطلوب فيما يلي



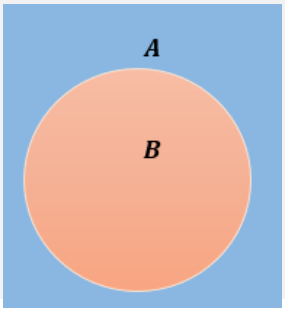
$P(A \in \overline{BD})$

$$P(A \in \overline{BD}) = \frac{\overline{BD}}{\overline{BE}} = \frac{5+12}{5+12+9} = \frac{17}{26}$$

$P(A \in \overline{CD})$

$$P(A \in \overline{CD}) = \frac{\overline{CD}}{\overline{BE}} = \frac{12}{5+12+9} = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$$

الاحتمال والمساحة



اذا احتوت المنطقة A منطقة اخرى B

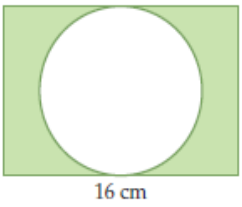
واختيرت النقطة E من المنطقة A عشوائيا

فإن احتمال ان تقع النقطة E في المنطقة B يساوي $\frac{\text{مساحة المنطقة } B}{\text{مساحة المنطقة } A}$

مثال إذا اختيرت النقطة E عشوائيا في المستطيل A فإن :

$$P\left(\text{وقوع النقطة } E \text{ في الدائرة } B\right) = \frac{\text{مساحة الدائرة } B}{\text{مساحة المستطيل } A}$$

مثال إذا اختيرت نقطة عشوائيا داخل المستطيل في الشكل أدناه ، فما احتمال أن تقع في المنطقة المظللة؟



مساحة الدائرة $r^2\pi = 25\pi\ cm^2$

مساحة المستطيل $l\,w = 10.16 = 160\ cm^2$

مساحة المنطقة المظللة= مساحة المستطيل – مساحة الدائرة

مساحة المنطقة المظللة

$= 160 - 25\pi = 81.5cm^2$

$$P\left(\text{وقوع النقطة في المنطقة الممظللة}\right) = \frac{\text{مساحة المنطقة المظللة}}{\text{مساحة المستطيل}}$$

$$= \frac{81.5\ \cancel{cm^2}}{160\ \cancel{cm^2}} \approx 51\%$$

الاحتمال الهندسي والقطاع الدائري

نسبة مساحة قطاع في دائرة الى مساحة الدائرة الكلية كنسبة قياس زاوية القطاع المركزية (x°) الى 360° وعليه اذا اختيرت نقطة عشوائيا داخل الدائرة فإن احتمال وقوعها داخل القطاع على يساوي $\frac{x}{360}$

مثال : استخدم القرص ذا المؤشر الدوار كما بالشكل المجاور لايجاد كل مما يلي

احتمال استقرار المؤشر على اللون الاخضر

$$\frac{x}{360} = \frac{90}{360} = \frac{1}{4} = 25\%$$

احتمال عدم استقرار المؤشر على اللون الاصفر:

$$\frac{360-45}{360} = \frac{315}{360} = \frac{7}{8} = 87.5\ \%$$

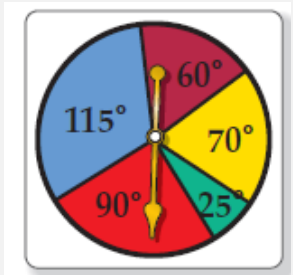
اختبر نفسك

الوحدة الثالثة: الاحتمالات	(3-3) الاحتمال الهندسي

الاسم : الشعبة :

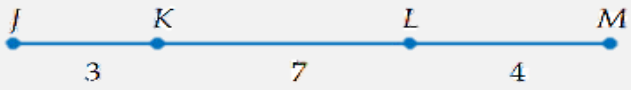
اختر الإجابة الصحيحة :

1 استعمل القرص ذا المؤشر الدوار في الشكل المجاور لإيجاد (استقرار المؤشر عند اللون الأزرق) p



Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
0.07	0.25	0.32	0.19

2 إذا اختيرت النقطة x عشوائيا على $\overline{JM}$ فإن احتمال ان تقع x على $\overline{LM}$ هو

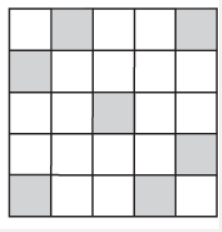


Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{11}{14}$

3 رسمت دائرة نصف قطرها 3 وحدات داخل مربع طول ضلعه 9 وحدات و اختيرت نقطة عشوائيا داخل المربع فإن احتمال وقوعها داخل الدائرة يكون

Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
$\frac{\pi}{9}$	$\frac{9}{\pi}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$

4 اختيرت نقطة واحدة عشوائيا في الشكل المجاور. أوجد احتمال أن تقع هذه النقطة في المنطقة المظللة



Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{7}{18}$

4 – 3 احتمالات الحوادث المستقلة و الحوادث غير المستقلة

المهارات السابقة	حساب الاحتمالات البسيطة
المفردات	أجد احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة . أجد احتمال حادثة إذا علم وقوع حادثة أخرى .
المهارات الأساسية	الحادثة المركبة – الحوادث المستقلة -الحوادث الغير مستقلة – الاحتمال المشروط – شجرة الاحتمال – الحادثة المشروطة .

الحادثة البسيطة : هي الحادثة التي تتكون من ناتج واحد من النواتج الممكنة لتجربة ما

الحادثة المركبة : هي الحادثة التي تتكون من حادثتين بسيطتين او اكثر

ويمكن ان تكون الحوادث المركبة مستقلة او غير مستقلة :

تكون A و B **حادثتين مستقلتين:** إذا كان احتمال حدوث A لا يؤثر في احتمال حدوث B.

تكون A و B **حادثتين غير مستقلتين:** إذا كان احتمال حدوث A يغير بطريقة ما احتمال حدوث B.

ملاحظة : افترض انه تم اختيار عناصر من مجموعة ما

فإذا اعيد العنصر في كل مرة فان اختيار عناصر اخرى هي **حوادث مستقلة**

و إذا لم يرجع العنصر في كل مرة فان اختيارعناصر اخرى هي **حوادث غير مستقلة**

قانون ضرب الاحتمالات

1. **احتمال حادثتين مستقلتين :** احتمال وقوع حادثتين غير مستقلتين معا يساوي حاصل ضرب احتمال وقع الحادثة الاولى في احتمال وقوع الحادثة الثانية

$$P(B \cap A) = P(A).P(B)$$

2. **احتمال حادثتين غير مستقلتين:** احتمال وقوع حادثتين غير مستقلتين معا يساوي حاصل ضرب احتمال وقع الحادثة الاولى في احتمال وقوع الحادثة الثانية **بعد** وقوع الاولى فعلا

$$P(B \cap A) = P(A).P(B|A)$$

يقرأ الرمز $P(B \setminus A)$ احتمال وقوع الحادثة B بشرط وقوع الحادثة A أولا وهذا يسمى الاحتمال المشروط ويمكنك استعمال الرسم الشجري مع الاحتمالات وتسمى شجرة الاحتمالات

قيم الاحتمال

1. لاي حادثة X في تجربة عشوائية يكون: $0 \leq P(x) \leq 1$

2. مجموع احتمالات جميع النواتج في تجربة عشوائية يساوي 1

الاحتمال المشروط

الاحتمال المشروط لـ B إذا وقع A هو $P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$ حيث $P(A) \neq 0$

مثال 1 : عند إلقاء قطعة نقد ورمي مكعب مرقم مرة واحدة ، ما احتمال ظهور الشعار والعدد 4

الحادثتان مستقلتين

A تمثل ظهور شعار عند القاء قطعة النقد $P(A) = \frac{1}{2}$

B تمثل ظهور العدد 4 عند رمي مكعب مرقم $P(B) = \frac{1}{6}$

$$P(B \cap A) = P(A).P(B) = \frac{1}{2}.\frac{1}{6} = \frac{1}{12} \approx 0.0833 \approx 8.33\ \%$$

مثال 2 : في تجربة سحب كراتين متتاليتين عشوائيا بدون ارجاع ، من حقيبة بها 3 كرات خضراء و4 كرات زرقاء . ما احتمال اختيار كرة زرقاء في المرتين ؟

الحادثتان غير مستقلتين.

A تمثل سحب كرة زرقاء في المرة الاولى $P(A) = \frac{3}{7}$

B تمثل سحب كرة زرقاء في المرة الثانية $P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$$P(B \cap A) = P(A).P(B) = \frac{3}{7}.\frac{1}{3} = \frac{1}{7} \approx 0.143 \approx 14.3\ \%$$

مثال 3 : تم توزيع 10 طلاب على فريقين ليلعبوا كرة القدم ،ولتشكيل الفريقين يتم سحب بطاقات مرقمة من 1 - 10 عشوائيا حيث

- يشكل الفريق A الطلاب الذين يسحبون الأعداد الفردية .
- يشكل الفريق B الطلاب الذين يسحبون الأعداد الزوجية .

ما احتمال ان يكون محمود من الفريق A قد سحب العدد 7 ؟

احتمال مشروط

A تمثل حادثة سحب عدد فردي : $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

عدد النواتج = 5

B تمثل حادثة سحب العدد 7 بعد ما تم سحب الطلاب الذين من الفريق

$$P(B|A) = \frac{1}{5} = 0.2 = 20\ \%$$

اختبر نفسك

الوحدة الثالثة: الاحتمالات	(3-4) احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة

الاسم : الشعبة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1	يحتوي صندوق على 3 كرات بيضاء و 4 سوداء إذا سحبت كرتان عشوائياً على التوالي، فإن احتمال أن تكون الأولى سوداء والثانية بيضاء يساوي:							
	Ⓐ	$\frac{1}{2}$	Ⓑ	$\frac{4}{7}$	Ⓒ	$\frac{2}{7}$	Ⓓ	$\frac{12}{49}$
2	عند إلقاء قطعة نقد و رمي مكعب مرقم مرة واحدة فإن احتمال ظهور الشعار و العدد 6 يساوي							
	Ⓐ	1	Ⓑ	$\frac{1}{4}$	Ⓒ	$\frac{1}{2}$	Ⓓ	$\frac{1}{12}$
3	كييس يحتوي كرتين زرقاوين و 9 كرات حمراء فإن احتمال سحب كرتين حمراء الواحدة تلو الأخرى بدون إرجاع يكون							
	Ⓐ	$\frac{9}{11}$	Ⓑ	$\frac{36}{55}$	Ⓒ	$\frac{81}{121}$	Ⓓ	$\frac{1}{55}$
4	اذا كان $P(A/B) = \frac{2}{3}$ ، $P(B) = \frac{1}{2}$ فإن $P(A \text{ و } B)$ تساوي							
	Ⓐ	$\frac{1}{3}$	Ⓑ	$\frac{1}{2}$	Ⓒ	$\frac{2}{3}$	Ⓓ	$\frac{5}{6}$

5 – 3 احتمالات الحوادث المتنافية

المهارات السابقة	إيجاد احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث الغير مستقلة .
المفردات	أجد احتمالات الحوادث المتنافية والحوادث الغير متنافية أجد احتمال متممة حادثة
المهارات الأساسية	الحادثتان المتنافيتان هما حادثتين لم يكن وقوعهما ممكنا في الوقت نفسة ولا يوجد بينهما نواتج مشتركة الحادثة المتممة

قانوني الجمع في الاحتمالات

1. احتمال الحادثتين المتنافيتين: إذا كانت الحادثتان A, B متنافيتان فاحتمال وقوع A او B يساوي مجموع احتمال كل منهما

$$P(B \cup A) = P(A) + P(B)$$

2. احتمال الحادثتين غير المتنافيتن : اذا كانت الحادثتان A, B غيرمتنافيتن فاحتمال وقوع A او B يساوي هو مجموع احتماليهما مطروحا منه احتمال وقوع A و B معا

$$P(B \cup A) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

الحوادث المتممة

احتمال الحوادث المتممة : هو احتمال عدم وقوع حادثة يساوي 1 ناقص احتمال وقوع الحادثة

أي أن: لاي حادثة A

$$P(\acute{A}) = 1 - P(A)$$

مثال1 :إذا كان احتمال إصابة هدف معين $\frac{2}{7}$ فأوجد احتمال عدم إصابته ؟

A تمثل اصابة الهدف ، $P(A) = \frac{2}{7}$

$$P(\acute{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

رمز الاتحاد $(\cup)$:

يدل على وقوع أحد الحدثين على الاقل . و

يشير الى جمع الاحتمالات

$P(B \cup A)$

يقرأ احتمال وقوع A أو وقوع B

رمز التقاطع $(\cap)$

يدل هذا الرمز على تقاطع الحادثتين معا

(وقوع الحادثتين معا)

ويشير الى ضرب الاحتمالات

$P(B \cap A)$

يقرأ احتمال وقوع A و وقوعB

مثال2 : حصل سامي على جائزة أفضل أداء لموظفي الشركة وكانت جائزته أن يختار عشوائيا واحدة من بين 3 بطاقات سفر ، 6 كتب ،9 ساعات و7 نظارات . ما احتمال أن يربح بطاقة سفر أو كتابات أو ساعة ؟

الحادثتان متنافيتين

المجموع الكلي $3 + 6 + 9 + 7 = 25$

A تمثل اختيار بطاقة سفر $P(A) = \frac{3}{25}$

B تمثل اختيار بطاقة كتب $P(C) = \frac{9}{25}$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) = \frac{3}{25} + \frac{6}{25} + \frac{9}{25} = \frac{18}{25} = 0.72 = 72\%$$

مثال3 :يبين الجدول المقابل عدد طلاب في الصفوف الثلاثة في مدرسة ثانوية وهم يلعبون كرة السلة وكرة القدم وكرة الطائرة . إذا اختير احد الطلاب عشوائيا اوجد احتمال أن يكون من الصف الاول الثانوي أو يلعب كرة القدم

الرياضة	الأول الثانوي	الثاني الثانوي	الثالث الثانوي
كرة السلة	6	5	6
كرة القدم	5	8	7
كرة الطائرة	3	4	6

الحادثتان غير متنافيتين لان يوجد مشترك بينهما

المجموع الكلي $6 + 5 + 3 + 5 + 8 + 4 + 6 + 7 + 6 = 50$

A تمثل اختيار طالب ان يكون من الصف الاول الثانوي

$$P(A) = \frac{6+5+3}{50} = \frac{14}{50}$$

B تمثل اختيار طالب يلعب كرة القدم

$$P(B) = \frac{5+8+7}{50} = \frac{20}{50}$$

$A \cap B$ تمثل اختيار طالب من الصف الاول الثانوي أو يلعب كرة القدم

$$P(A \cap B) = \frac{5}{50}$$

$$P(B \cup A) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{14}{50} + \frac{20}{50} - \frac{5}{50} = \frac{29}{50} = 0.58 = 58\%$$

اختبر نفسك

الوحدة الثالثة: الاحتمالات	(3-5) احتمالات الحوادث المتنافية

الاسم : الشعبة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1	كيس يحتوي على 3 كرات حمراء و 4 كرات خضراء و كرة واحدة زرقاء سحبت من الكيس كرة واحدة فإن احتمال كونها حمراء أو زرقاء يساوي							
	Ⓐ	$\frac{1}{2}$	Ⓑ	$\frac{3}{8}$	Ⓒ	$\frac{1}{8}$	Ⓓ	$\frac{1}{4}$
2	رمي مكعب مرقم من 1 إلى 6 فإن احتمال ظهور عدد أقل من 3 أو عدد فردي على الوجه الظاهر							
	Ⓐ	$\frac{1}{6}$	Ⓑ	$\frac{2}{3}$	Ⓒ	$\frac{5}{6}$	Ⓓ	1
3	اذا كان احتمال ان يصيب صياد هدف ما 0.5 و احتمال ان يصيب صياد اخر نفس الهدف هو 0.6 و احتمال ان يصيبه الاثنان معا هو 0.3 فإن احتمال ان يصيبه الصياد الاول أو الثاني هو							
	Ⓐ	1.1	Ⓑ	0.8	Ⓒ	0.9	Ⓓ	1
4	لأي حادثة A اذا كان P(A)=0.3 فإن $P(\dot{A})$ تساوي							
	Ⓐ	1	Ⓑ	0.3	Ⓒ	0.7	Ⓓ	1.3

الفصل الرابع

حساب المثلثات

4 – 1 الدوال المثلثية في المثلثات القائمة الزاوية	الدرس	اختبر نفسك
4 – 2 الزوايا و قياساتها	الدرس	اختبر نفسك
4 – 3 الدوال المثلثية للزوايا	الدرس	اختبر نفسك
4 – 4 قانون الجيوب	الدرس	اختبر نفسك
4 – 5 قانون جيوب التمام	الدرس	اختبر نفسك
4 – 6 الدوال الدائرية	الدرس	اختبر نفسك
4 – 7 تمثيل الدوال المثلثية بيانياً	الدرس	اختبر نفسك
4 – 8 الدوال المثلثية العكسية	الدرس	اختبر نفسك

العودة إلى الفهرس

الاختبار التشخيصي

الوحدة الرابعة: حساب المثلثات	التهيئة

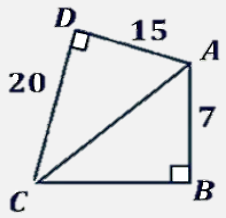
الاسم : الشعبة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1 لدى أسامة حديقة مستطيلة الشكل بعداها 9cm ، 12cm ، أراد بناء سور على قطر الحديقة . إذا كانت تكلفة بناء المتر الواحد للسور يساوي 120 ريال، فكم ستبلغ تكلفة بناء السور كاملاً ؟

Ⓐ	800 ريال	Ⓑ	1200 ريال	Ⓒ	1800 ريال	Ⓓ	2000 ريال

2 في الشكل المقابل طول الضلع $\overline{CB}$ يساوي:

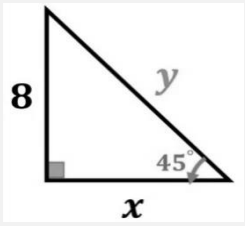


Ⓐ	7	Ⓑ	20	Ⓒ	24	Ⓓ	30

3 الأطوال التي تصلح أن تكون أطولاً لأضلاع مثلث قائم الزاوية من بين الأطوال المعطاة هي

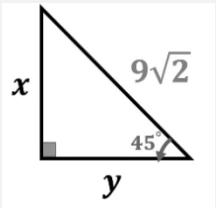
Ⓐ	2 , 4 ,6	Ⓑ	10 , 6 ,12	Ⓒ	25 , 20 ,15	Ⓓ	9 ,10 ,8

4 قيمة y في الشكل المقابل تساوي



Ⓐ	$8\sqrt{2}$	Ⓑ	$4\sqrt{2}$	Ⓒ	8	Ⓓ	4

5 قيم x ، y في الشكل المجاور

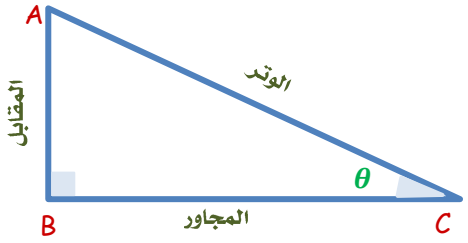


Ⓐ	$x = 4.5 \ , y = 3$	Ⓒ	$x = 9 \ , y = 9$
Ⓑ	$x = \sqrt{2} \ , y = 3\sqrt{2}$	Ⓓ	$x = 9\sqrt{2} \ , y = 3$

1 – 4 الدوال المثلثية في المثلثات القائمة الزاوية

المهارات السابقة	نظرية فيثاغورس
المفردات	حساب المثلثات: فرع من أفرع الرياضيّات والذي يَدرُس العلاقة بين أضلاع المُثلثات وزواياهم النسبة المثلثية: مقاييسٌ خاصةٌ للمثلث القائم وهي النسبة بين طولي ضلعين في المثلث القائم الدالة المثلثية: مجموعة من الدوال الحقيقيةٌ التي تربط زاوية مثلث قائم مع نسبة ضلعين من أضلاعه الجيب ، جيب التمام ، الظل ، ظل التمام ، القاطع ، قاطع التمام دوال المقلوب: هي مقلوب النسب الجيب ، جيب التمام ، الظل معكوس الجيب ل x: هي الزاوية التي جيبها x معكوس جيب التمام ل x : هي الزاوية التي جيب تمامها x معكوس الظل x: هي الزاوية التي ظلها x زاوية الارتفاع: هي الزاوية التي تنشأ عن خط الرؤية للراصد والخط الأفقي لرصد جسم أعلى الأفقي. زاوية الانخفاض: هي الزاوية التي تنشأ عن خط الرؤية للراصد والخط الأفقي لرصد جسم أسفل الأفقي
المهارات الأساسية	أجد قيم الدوال المثلثية لزوايا حادة . أستعمل الدوال المثلثية لإيجاد أطوال أضلاع وقياسات زوايا مثلثات قائمة الزاوية .

الدوال المثلثية للزوايا الحادة

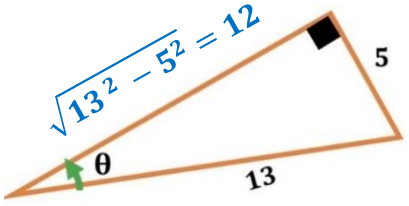
$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ الجيب		$\csc\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$ قاطع التمام
$\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ جيب التمام		$\sec\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$ القاطع
$\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ الظل		$\cot\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$ ظل التمام

دوال المقلوب

$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$	$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$	$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$

مثال: في المثلث أدناه فيه طول ضلعين فيه (13، 5) أوجد الدوال المثلثية للزاوية θ

أولا نوجد طول الضلع الثالث

$\sin\theta = \frac{5}{13}$		$\csc\theta = \frac{13}{5}$
$\cos\theta = \frac{12}{13}$		$\sec\theta = \frac{13}{12}$
$\tan\theta = \frac{5}{12}$		$\cot\theta = \frac{12}{5}$

قيم الدوال المثلثية للزوايا الخاصة

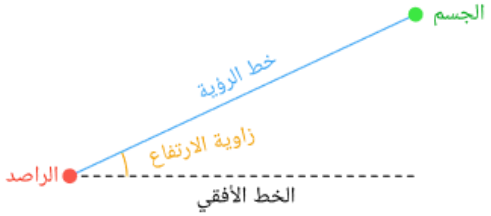
الدالة	30°	45°	60°
$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

معكوس النسب المثلثية (لإيجاد قياس الزاوية θ)

$\tan^{-1} x = \theta$	$\cos^{-1} x = \theta$	$\sin^{-1} x = \theta$

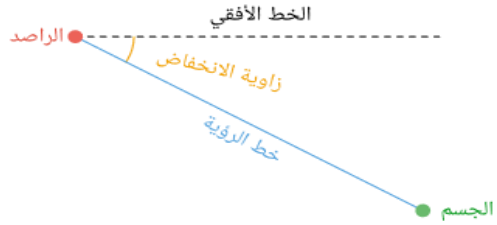
زوايا الارتفاع

هي الزاوية التي تنشأ عن خط الرؤية للراصد والخط الأفقي لرصد جسم أعلى الأفقي.



زوايا الانخفاض

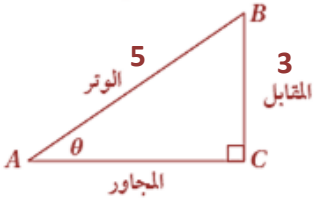
هي الزاوية التي تنشأ عن خط الرؤية للراصد والخط الأفقي لرصد جسم أسفل الأفقي



تطبيقات

إذا كان $\sin A = \frac{3}{5}$. أوجد $\cos A$

الخطوة 1 : ارسم مثلثا قائم الزاوية، وسم إحدى زواياه الحادة A ،وضع العدد 3 طولا للضلع المقابل والعدد 5 طولا



$\sin A = \frac{\text{المقابل } 3}{\text{الوتر } 5}$

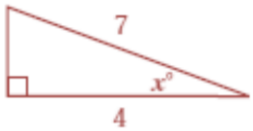
الخطوة 2 : استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد قيمة الضلع المجاور = المجاور

$\sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

الخطوة 3: نوجد $\cos A$:

$\cos A = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{4}{5}$

أوجد قيمة x في الشكل المقابل



المعطيات : مثلث قائم الزاوية فيه الوتر = 7

الضلع المجاور للزاوية x = 4

المطلوب قياس الزاوية x

الحل: نستخدم الدوال العكسية لإيجاد الزاوية ومنها تحديدا دالة جيب التمام

$cosx = \frac{4}{7}$

$x = \cos^{-1}\frac{4}{7}$

$x = 55.2°$

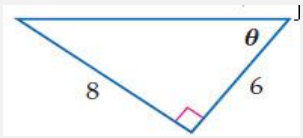
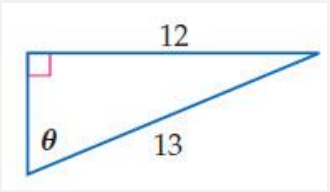
اختبر نفسك

الوحدة الرابعة: حساب المثلثات

(4-1) الدوال المثلثية في المثلثات القائمة الزاوية

الاسم : **الشعبة :**

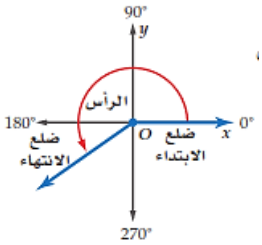
اختر الإجابة الصحيحة :

1	$\sin\theta$ تساوي							
	Ⓐ	$\frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$	Ⓑ	$\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$	Ⓒ	$\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$	Ⓓ	$\frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$
2	$\frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$ يساوي							
	Ⓐ	$\csc\theta$	Ⓑ	$\sec\theta$	Ⓒ	$\cot\theta$	Ⓓ	$\tan\theta$
3	من الشكل المقابل تكون $\sec\theta$ تساوي 							
	Ⓐ	$\frac{3}{5}$	Ⓑ	$\frac{4}{5}$	Ⓒ	$\frac{5}{3}$	Ⓓ	$\frac{5}{4}$
4	من الشكل المقابل تكون $\csc\theta$ تساوي 							
	Ⓐ	$\frac{12}{13}$	Ⓑ	$\frac{13}{5}$	Ⓒ	$\frac{5}{13}$	Ⓓ	$\frac{13}{12}$
5	اذا كانت $\cos\beta=\frac{3}{5}$ فإن $\tan\beta$ تساوي							
	Ⓐ	$\frac{3}{4}$	Ⓑ	$\frac{4}{5}$	Ⓒ	$\frac{5}{4}$	Ⓓ	$\frac{4}{3}$

2 – 4 الزوايا و قياساتها

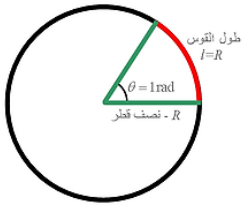
المهارات السابقة	أرسم زوايا في الوضع القياسي وأجد قياساتها .
المفردات	**الوضع القياسي :** للزاوية إذا كان رأسها نقطة الأصل وأحد ضلعيها منطبق على الجزء الموجب لمحور x . **ضلع الابتداء :** للزاوية هو الضلع المنطبق على المحور x. **ضلع الانتهاء :** للزاوية هو الضلع الذي يدور حول نقطة الأصل . **الراديان :** وحدة قياس للزوايا وهي الزاوية المركزيّة في دائرة التي تقابل قوسًا طوله مساو لطول نصف قطر الدائرة. **الزاوية المركزية :** هي الزاوية التي يقع رأسها على مركز الدائرة . طول القوس :

الوضع القياسي للزوايا

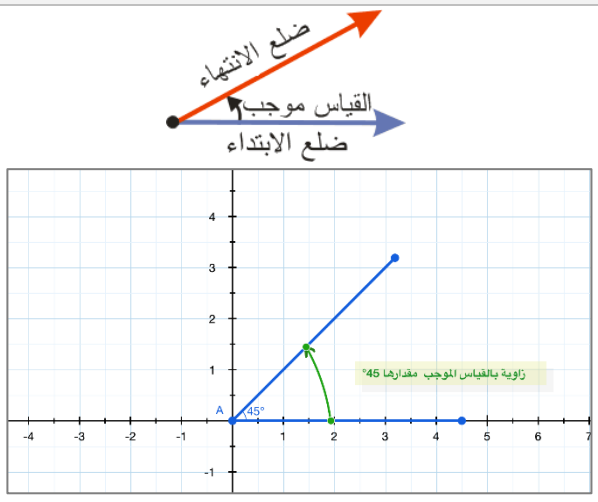


الراديان

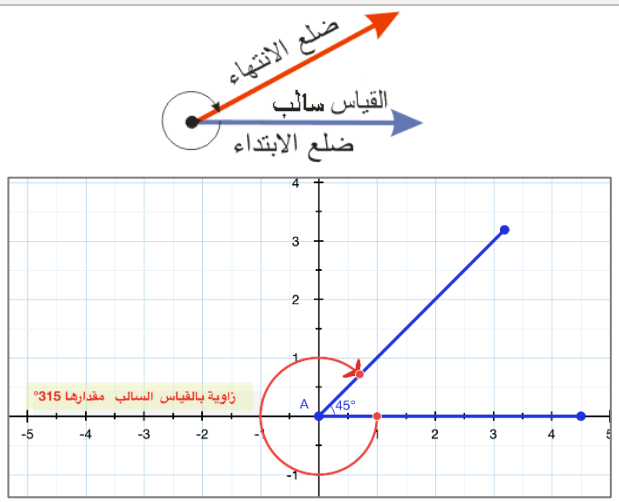
يعادل الراديان الواحد $\frac{180}{\pi}$ درجات أي بالتقريب $57.296°$



القياس الموجب



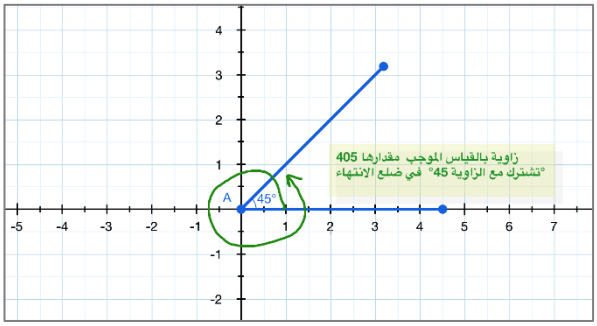
القياس السالب



عند رسم زاويتين أو أكثر في الوضع القياسي، فإنها قد تشترك في ضلع الانتهاء مثل الزوايا التي قياساتها:

$45°$ ، $405°$ ، $-315°$

يمكن إيجاد زاوية مشتركة في ضلع الانتهاء مع زاوية أخرى ، من خلال جمع أو طرح أحد مضاعفات $360°$.



إيجاد الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء

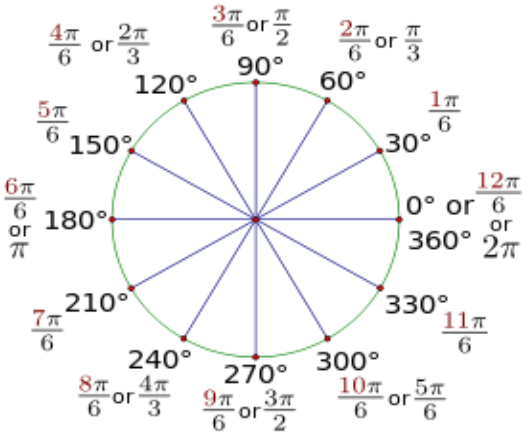
أوجد زاويتين إحداهما بقياس موجب والأخرى بقياس سالب ، مشتركتين في ضلع الانتهاء مع الزاوية المعطاة :

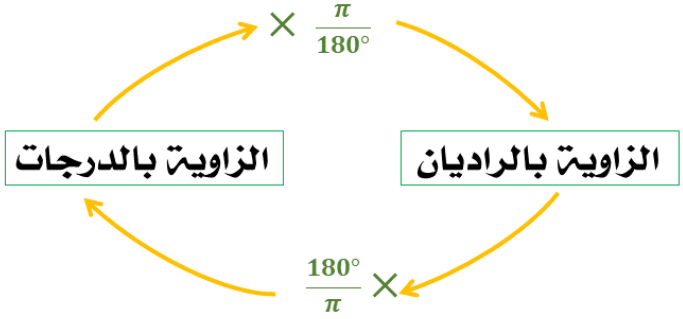
$130°$		$-90°$
$130° + 360° = 490°$	القياس الموجب	$-90° + 360° = 270°$
$130° - 360° = -230°$	القياس السالب	$-90° - 360° = -450°$

التحويل من القياس بالدرجات إلى القياس بالراديان والعكس

يمكن أن تقاس الزوايا بالدرجات أو بالراديان، وهما وحدتان مرتبطتان بطول القوس. والراديان الواحد هو قياس زاوية في الوضع القياسي، يقطع ضلع الانتهاء لها قوس من الدائرة طوله يساوي طول نصف قطر الدائرة، ويرتبط القياسان من خلال المعادلتين:

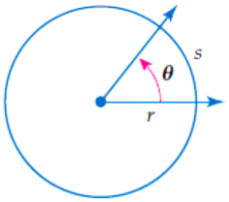
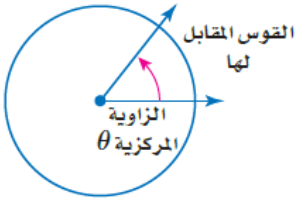
$$\pi\ rad = 180° \quad \text{أو} \quad 2\pi\ rad = 360°$$





مثال حول قياس الزاوية المكتوبة بالدرجات إلى الراديان، والمكتوبة بالراديان إلى الدرجات:

الزاوية المركزية وطول القوس

طول القوس = حاصل ضرب قياس الزاوية المقابلة له بالراديان في نصف القطر	اذا علم قياس الزاوية المركزية بالراديان من السهل إيجاد طول القوس
	

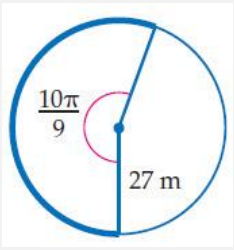
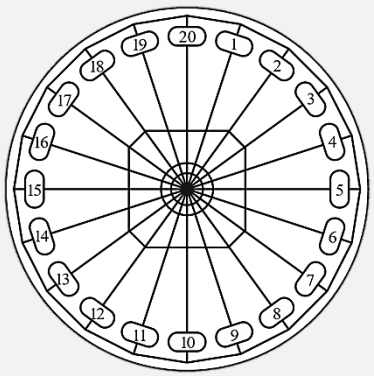
اختبر نفسك

الوحدة الرابعة: حساب المثلثات

(4-2) الزوايا و قياساتها

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

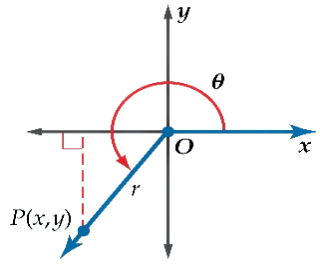
1	30° تساوي							
	Ⓐ	$\frac{\pi}{2}\ rad$	Ⓑ	$\frac{\pi}{3}\ rad$	Ⓒ	$\frac{\pi}{6}\ rad$	Ⓓ	$\frac{\pi}{4}\ rad$
2	$\frac{3\pi}{2}\ rad$ تساوي							
	Ⓐ	180°	Ⓑ	240°	Ⓒ	120°	Ⓓ	270°
3	طول القوس المحدد في الشكل المقابل لأقرب جزء من عشرة 							
	Ⓐ	$95m$	Ⓑ	$94.2m$	Ⓒ	$94.3m$	Ⓓ	$94m$
4	الزاوية في الوضع القياسي المشتركة مع الزاوية 65° في ضلع الانتهاء هي :							
	Ⓐ	425°	Ⓑ	360°	Ⓒ	-200°	Ⓓ	-812°
5	عجلة دوارة تحتوي على 20 مقعداً مرقمة بالأعداد من 1 إلى 20 على التوالي . إذا كانت المقاعد على مسافات متساوية ، فإن قياس الزاوية المركزية التي يكوّنها المقعدان 1 و 8 بالدرجات يساوي : 							
	Ⓐ	126°	Ⓑ	150°	Ⓒ	102°	Ⓓ	55°

3 – 4 الدوال المثلثية للزوايا

المهارات السابقة	إيجاد قيم الدوال المثلثية للزوايا الحادة .
المفردات	**الزوايا الربعية :** هي زوايا موجهة في الوضع القياسي ينطبق ضلعها النهائي علي أحد محوري الإحداثيات x,y . **الزوايا المرجعية :** هي الزاوية الحادة الموجبة باستخدام الاتجاه الموجب للمحور س باعتباره إطارها المرجعي.
المهارات الأساسية	أجد قيم الدوال المثلثية لأي زاوية . أجد قيم الدوال المثلثية باستعمال الزوايا المرجعية .

يمكن إيجاد قيم الدوال المثلّثية لزوايا قياساتها تزيد على 90 ° أو تقلُّ عن 0°

من خلال إحداثيات النقطة $P(x,y)$ التي تقع على ضلع الانتهاء لزاوية في وضع قياسي مقدارها θ



الوتر $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

المجاور x المقابل y

فتكون الدوال المثلثية الست للزاوية θ معرفة كما يلي

$\sin\theta = \frac{y}{r}$	$\cos\theta = \frac{x}{r}$	$\tan\theta = \frac{y}{x}$, $x \neq 0$
$\csc\theta = \frac{r}{y}$, $y \neq 0$	$\sec\theta = \frac{r}{x}$, $x \neq 0$	$\cot\theta = \frac{x}{y}$, $y \neq 0$

مثال : إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمر بالنقطة $(-5, -2)$
فأوجد قيم الدوال المثلّثية الست للزاوية θ؟

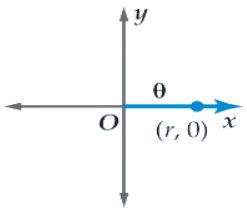
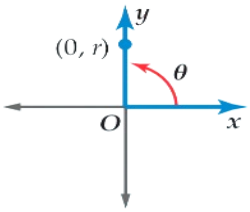
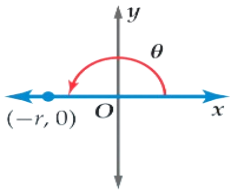
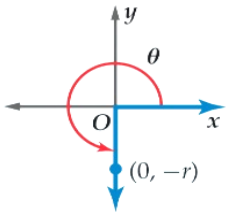
نوجد قيمة r : $x = -5$, $y = -2$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-5)^2 + (-2)^2} = \sqrt{25 + 4} = \sqrt{29}$$

ثم نعوض

$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{-2}{\sqrt{29}} = \frac{-2\sqrt{29}}{29}$	$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-5}{\sqrt{29}} = \frac{-5\sqrt{29}}{29}$	$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$
$\csc\theta = \frac{r}{y} = -\frac{\sqrt{29}}{2}$	$\sec\theta = \frac{r}{x} = -\frac{\sqrt{29}}{5}$	$\cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2}$

الزوايا الربعية وهي ($0°, 90°, 180°, 270°, 360°$)

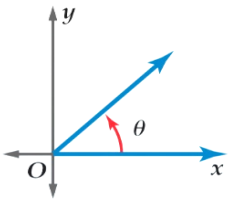
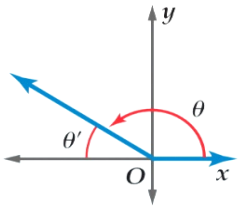
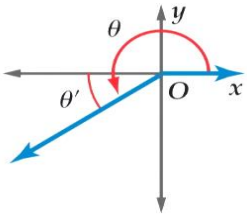
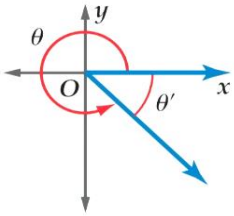
$\theta = 0°$ أو $\theta = 0\ rad$	$\theta = 90°$ أو $\theta = \frac{\pi}{2}$ rad	$\theta = 180°$ أو $\theta = \pi$ rad	$\theta = 270°$ أو $\theta = \frac{3\pi}{2}$ rad
			

قيم الدوال المثلثية عند الزوايا الربعية دائما ثابته كالجدول التالي

الدالة	$90°$	$180°$	$270°$	$360° = 0°$
$\sin\theta$	1	0	-1	**0**
$\cos\theta$	0	-1	0	**1**
$\tan\theta$	غير معرف	0	غير معرف	**0**

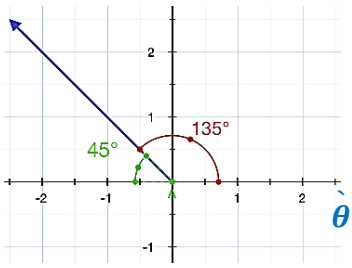
الزوايا المرجعية

(إذا أعطيت زوايا أكبر من $90°$ وأصغر من $0°$ يتم إرجاعها لزوايا حادة محصورة بين ضلع انتهاء الزاوية المعطاة ومحور x)

الربع الأول	الربع الثاني	الربع الثالث	الربع الرابع
			
$\theta' = \theta$	$\theta' = 180° - \theta$ $\theta' = \pi - \theta$	$\theta' = \theta - 180°$ $\theta' = \theta - \pi$	$\theta' = 360° - \theta$ $\theta' = 2\pi - \theta$

مثال : ارسم كلا من الزوايا الآتية في الوضع القياسي، ثم أوجد الزاوية المرجعية لها

$\theta = 135°$



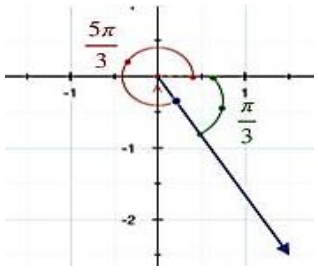
ضلع الانتهاء للزاوية $135°$

يقع في الربع الثاني

$\grave{\theta} = 180° - \theta$

$\grave{\theta} = 180° - 135° = 45°$

$\theta = \frac{5\pi}{3}$



$\frac{5\pi}{3}$ ضلع الانتهاء للزاوية

يقع في الربع الرابع

$\grave{\theta} = 2\pi - \theta$

$\grave{\theta} = 2\pi - \frac{5\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$

إيجاد قيم الدوال المثلثية لأي زاوية من خلال الزاوية المرجعية لها

نتبع ثلاث خطوات :

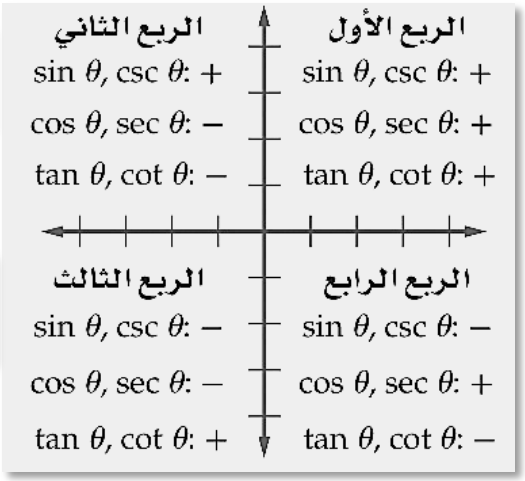
- نوجد قياس الزاوية المرجعية للزاوية المعطاة
- نوجد قيمة الدالة المثلثية للزاوية المرجعية
- نحدد إشارة قيمة الدالة للزاوية المعطاة حسب الربع الذي يقع فيه ضلع الانتهاء

قاعدة إشارات الدوال المثلثية في الارباع

إذا كانت لدينا زاوية θ في الوضع القياسي،
فإننا نقول إن الزاوية θ تقع في الربع نفسه الذي يقع فيه ضلعها النهائي.
ولتحديد إشارة الدوال المثلثية لزاوية معلومة θ نضع في أذهاننا
أن إشارة دالة جيب التمام تتبع إشارة محور x
وأن إشارة دالة الجيب تتبع إشارة محور y والتوزيع التالي

في الرَّبع الأول، تكون قيَم الكلّ موجبة

في الرَّبع الثاني، تكون قيمة sin موجبة



في الرَّبع الثالث، تكون قيمة tan موجبة

في الرَّبع الرابع، تكون قيمة cos موجبة.

قيم الدوال المثلثية للزوايا الخاصة

الدالة	30°	45°	60°
$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

الزوايا الشهيرة التي زواياها المرجعية
(30° , 45° , 60°)

	الربع(1)	الربع(2)	الربع(3)	الربع (4)
30°	30°	151°	210°	330°
45°	45°	135°	225°	315°
60°	60°	120°	240°	300°

تتفق الزوايا الشهيرة مع زواياها المرجعية بقيم الدوال المثلثية وتختلف بالإشارات كالتالي

مثال : أوجد القيمة الدقيقة لكل دالة مثلثية فيما يلي:

$\tan 315° = -\tan 45° = -1$	$\cos 150° = -\cos 30° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\csc 120° = \csc 60° = \frac{2}{\sqrt{3}}$
الإشارة سالبة لان الزاوية تقع في الربع الرابع والدالة tan في هذا الربع سالبة	الإشارة سالبة لان الزاوية تقع في الربع الثاني والدالة cos في هذا الربع سالبة	الإشارة موجبة لان الزاوية تقع في الثاني والدالة sin في هذا الربع موجبة

اختبر نفسك

الوحدة الرابعة: حساب المثلثات

(4-3) الدوال المثلثية للزوايا

الاسم : **الشعبة :**

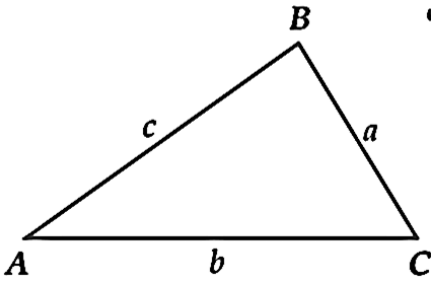
اختر الإجابة الصحيحة :

1	أي الدوال المثلثية قيمتها تساوي 0							
	Ⓐ	$\tan\frac{\pi}{2}$	Ⓑ	$\sin 180°$	Ⓒ	$\cos\pi$	Ⓓ	$\cot 0°$
2	القيمة الدقيقة ل $\sin 240°$							
	Ⓐ	$-\sqrt{3}$	Ⓑ	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	Ⓒ	$-\frac{1}{2}$	Ⓓ	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
3	الزاوية المرجعية للزاوية $150°$ هي							
	Ⓐ	$30°$	Ⓑ	$60°$	Ⓒ	$45°$	Ⓓ	$-210°$
4	إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي يمر بالنقطة (-3, -4) أوجد القيمة الدقيقة ل $\sec\theta$							
	Ⓐ	$-\frac{5}{3}$	Ⓑ	$-\frac{4}{5}$	Ⓒ	$-\frac{3}{5}$	Ⓓ	$-\frac{5}{4}$
5	أوجد القيمة الدقيقة ل $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$							
	Ⓐ	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	Ⓑ	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	Ⓒ	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	Ⓓ	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

4 – 4 قانون الجيوب

المهارات السابقة	إيجاد أطوال أضلاع مثلثات قائمة الزاوية وقياسات زواياها .
المفردات	**قانون الجيوب :** هو قانون أو معادلة تربط بين أطوال أضلاع المثلث بجيوب زواياه الداخلية طبقاً للعلاقة . **حل المثلث :** استعمال القياسات المعطاة في إيجاد المجهول من أطوال أضلاع المثلث وقياس زواياه.
المهارات الأساسية	إيجاد مساحة مثلث باستعمال طولي ضلعين فيه وقياس الزاوية المحصورة بينهما . أستعمل قانون الجيوب في حل المثلثات .

إيجاد مساحة المثلث



$$k = \frac{1}{2}\, a.b \sin C$$

$$k = \frac{1}{2}\, a.c \sin B$$

$$k = \frac{1}{2}\, b.c \sin A$$

مساحة المثلث k تساوي نصف حاصل ضرب طولي ضلعين في جيب الزاوية المحصورة بينهما

تطبيق: أوجد مساحة المثلث ΔABC في كل من الحالات التالية مقربة إلى أقرب جزء من عشرة :

$A = 34°\ , b = 19.4\ ft\ ,\ c = 8.6\ ft$

$$k = \frac{1}{2}\, b.c \sin A$$

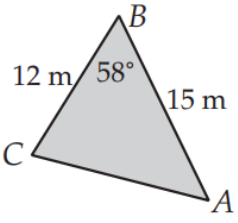
$$k = \frac{1}{2}\,(19.4)(8.6)\sin 34°$$

$$k = 46.6\ ft^2$$

$$k = \frac{1}{2}\, a.c \sin B$$

$$k = \frac{1}{2}\,(12)(15)\,s$$

$$k = 76.3\ m$$



قانون الجيوب لحل المثلثات

يستخدم قانون الجيوب لحل المثلث في الحالات الآتية:

- معرفة قياسي زاويتين في المثلث وطول أي ضلع في إما زاوية – زاوية- ضلع حالة AAS ، أو زاوية- ضلع- زاوية حالة ASA وفي هذه الحالة يوجد للمثلث حل وحيد أي يوجد مثلث وحيد
- معرفة طولي ضلعين فيه وقياس الزاوية المقابلة لأحدهما ضلع- ضلع- زاوية حالة SSA

وفي هذه الحالة إن عدد المثلثات الممكنة في هذه الحالة هو صفر، أو واحد ، أو اثنان. وبذلك فإنه ليس للمثلث حل أو له حل واحد ، أو له حلان.

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

ينص قانون الجيب على أن النسبة بين طول أيّ ضلع وجيب الزاوية المقابلة له متساوية لجميع الأضلاع الثلاثة والزوايا المقابلة لها في أيّ مثلث .

تطبيقات

حل المثلث الذي فيه $B = 47°, C = 112°, b = 13$

من المعطيات زاويتين نوجد الزاوية الثالثة من مجموع زوايا المثلث : $A = 180° - (112° + 47°) = 21°$

باستخدام قانون الجيوب التعويض حل النسبة وإيجاد قيمة المتغير

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$$

$$\frac{\sin 21°}{a} = \frac{\sin 47°}{13}$$

$$a = \frac{13 \sin 21°}{\sin 47°} = 6.4$$

$$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

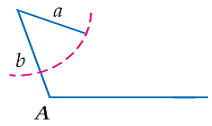
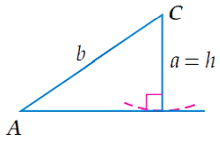
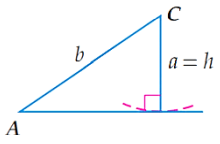
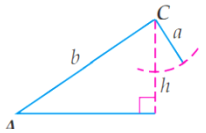
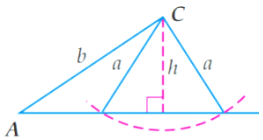
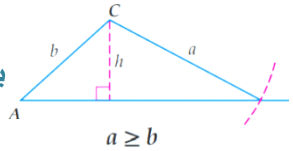
$$\frac{\sin 47°}{13} = \frac{\sin 112°}{c}$$

$$c = \frac{13 \sin 112°}{\sin 47°} = 16.5$$

المثلثات الممكنة في حالة SSA

إذا علم في مثلث $m\angle A, a, b$

فإن الحالات الممكنة تعتمد أولا على قيمة الزاوية A

الحالة	التوضيح بالرسم	مثال
إذا كانت $\angle A$ قائمة أو منفرجة	لا يوجد حل  $a \le b$	$A = 131°, a = 15, b = 32$
	يوجد حل واحد  $a = h$	$A = 95°, a = 19, b = 12$
إذا كانت $\angle A$ حادة	يوجد حل واحد  $a = h$	$A = 30°, a = 3, b = 6$ $h = 6 \sin 30° = 3$
	لا يوجد حل  $a < h$	$A = 60°, a = 15, b = 24$ $h = 24 \sin 60° \approx 20.8$
	يوجد حلين وتسمى هذه الحالة بالحالة المبهمة  $h < a < b$	$A = 34°, a = 8, b = 13$ $h = 13 \sin 34° \approx 7.3$
	يوجد حل واحد  $a \ge b$	$A = 38°, a = 21, b = 18$

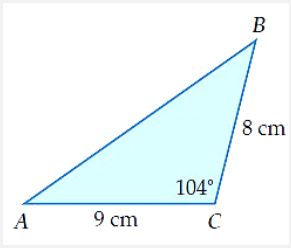
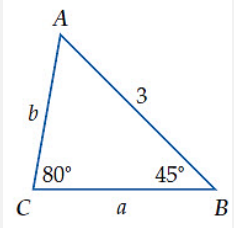
اختبر نفسك

الوحدة الرابعة: حساب المثلثات

(4-4) قانون الجيوب

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	مساحة ΔABC الذي فيه $A = 31^{\circ}, b = 18m, c = 22m$ مقربة لأقرب جزء من عشرة						
	Ⓐ	$204m^2$	Ⓑ	$169.7m^2$	Ⓒ	$102m^2$	Ⓓ	$339.4m^2$
2	مساحة المثلث الموضح بالشكل لأقرب جزء من عشرة 						
	Ⓐ	$34.9m^2$	Ⓑ	$8.7m^2$	Ⓒ	$69.9m^2$	Ⓓ	$34m^2$
3	حدد المثلث الذي لا يوجد لها حل فيما يلي:						
	Ⓐ	$A = 35^{\circ}, a = 17, b = 20$	Ⓒ	$A = 30^{\circ}, a = 1, b = 4$			
	Ⓑ	$A = 26^{\circ}, a = 7, b = 6$	Ⓓ	$A = 105^{\circ}, a = 9, b = 6$			
4	أي مثلث مما يأتي له حلان						
	Ⓐ	$A = 130^{\circ}, a = 19, b = 11$	Ⓒ	$A = 32^{\circ}, a = 16, b = 21$			
	Ⓑ	$A = 45^{\circ}, a = 4\sqrt{2}, b = 8$	Ⓓ	$A = 90^{\circ}, a = 25, b = 15$			
5	من الشكل المقابل طول b لأقرب جزء من عشرة يكون 						
	Ⓐ	4.2	Ⓑ	0.7	Ⓒ	1.7	Ⓓ	2.2

5 – 4 قانون جيوب التمام

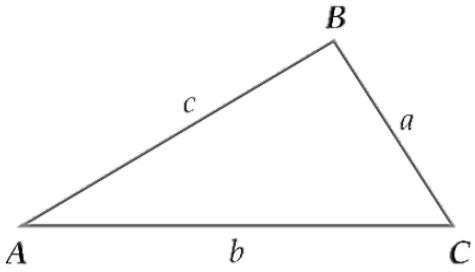
المهارات السابقة	حل المثلثات باستخدام قانون الجيوب.
المفردات	**قانون جيوب التمام:** هو قانون ومبرهنة تربط ضلع أي مثلث بضلعيه الآخرين وجيب تمام الزاوية المحصورة بينهما.
المهارات الأساسية	أستعمل قانون جيوب التمام لحل المثلثات . أختر طرقا مناسبة لحل المثلثات

استعمال قانون جيوب التمام لحل المثلث

- معرفة طولي ضلعين في المثلث وقياس الزاوية المحصورة بينهما (ضلع – زاوية – ضلع) حالة SAS
- معرفة أطوال الأضلاع الثلاثة للمثلث (ضلع – ضلع – ضلع) حالة SSS

قانون جيوب التمام

إذا كانت أضلاع ΔABC لتي أطوالها a ,b, c :تقابل الزوايا ذات القياسات A, B, C على الترتيب، فإن العلاقات الآتية ت كون صحيحة:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ \cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\ \cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\ \cos C$$

تطبيق : حدد أنسب طريقة يجب البدء بها (قانون الجيوب أم قانون جيوب التمام) لحل المثلث مما يأتي، ثم حل المثلث مقربا أطوال الأضلاع أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة:

$C = 54°, a = 16, b = 20$

الحل : القانون المناسب قانون جيوب التمام لان حالة المثلث هي SAS

الخطوة الأولى: نستعمل قانون جيوب التمام لإيجاد طول الضلع الثالث

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\ \cos C$$
$$c^2 = 16^2 + 20^2 - 2(16)(20)\cos 54° = 279.82$$
$$c = 16.7$$

الخطوة الثانية: استعمل قانون جيوب التمام لإيجاد قياس الزاوية A. (ويمكن في هذه الخطوة إيجاد قيمة الزاوية باستخدام قانون الجيوب)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ \cos A$$
$$16^2 = 20^2 + 16.7^2 - 2(20)(16.7)\ \cos A$$
$$256 = 400 + 278.9 - 668\ \cos A$$
$$-422.9 = -668\ \cos A$$
$$\cos A = \frac{-422.9}{-668} = 0.6331$$
$$A = \cos^{-1} 0.6331 \approx 51°$$

الخطوة الثالثة : نوجد قياس الزاوية B : من مجموع زوايا المثلث ؛ $B = 180° - (51° + 54°)$

$$B = 75°$$

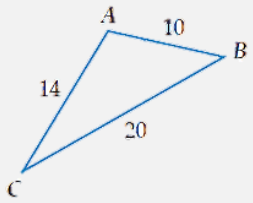
اختبر نفسك

الوحدة الرابعة:
حساب المثلثات

(4-5) قانون جيوب التمام

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	من الشكل قياس زاوية A لأقرب درجة 						
	Ⓐ	112°	Ⓑ	22°	Ⓒ	120°	Ⓓ	101°
2	Δ ABC إذا كان $c=6$ ، $b=2$ ، $A=35°$ فإن ... $a=$						
	Ⓐ	20.3	Ⓑ	7.7	Ⓒ	5.5	Ⓓ	4.5
3	مخيم للكشافة له بوابتان A ، B بينهما 80 m ، يقع مكتب مدير المخيم عند النقطة O على بعد 95m من A وعلى بعد 115 m من B . ما قياس الزاوية AOB ؟						
	Ⓐ	35.52°	Ⓑ	43.5°	Ⓒ	52.11°	Ⓓ	20.33°

ضع كلمة صح أمام العبارة الصحيحة وكلمة خطأ أمام العبار الخاطئة:

1	إذا كان ABC مثلث فيه: $cosA = 0.4 \quad , b = 2.5cm \quad , c = 2\ cm$ فإن المثلث ABC مثلث متطابق الضلعين	
2	في المثلث ABC حيث $a = 13, A = 41°, B = 64°$ ؛ فإن القانون الذي يتعين البدء باستخدامه لحل المثلث هو قانون جيب التمام	

6 – 4 الدوال الدائرية

المهارات السابقة	إيجاد قيم دوال مثلثية باستعمال زوايا مرجعية .
المهارات الأساسية	أجد قيم دوال مثلثية بالاعتماد على دائرة الوحدة . أستعمل خواص الدوال الدورية في إيجاد قيم دوال مثلثية .
المفردات	**دائرة الوحدة :** أو الدائرة المثلثية هي دائرة مركزها نقطة الأصل و نصف قطرها يساوي الواحد **الدالة الدائرية :** وتسمى أيضاً بالدوال المثلثية وهي مجموعة من الدوال الحقيقية التي تربط زاوية مثلث قائم مع نسبة ضلعين من أضلاعه. **الدالة الدورية :** هي دالة تكرر قيمتها بعد فترة محددة منتظمة متتالية . **الدورة :** النمط الواحد الكامل في الدالة الدورية **طول الدورة :** المسافة الأفقية في الدورة

في دائرة الوحدة

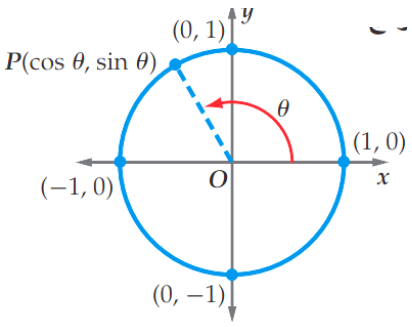
المركز: $(0,0)$

نصف القطر : $r = 1$

الزاوية : θ في وضع قياسي

$P(x,y)$ نقطة تقع على تقاطع ضلع الانتهاء مع دائرة الوحدة

$$P(x,y) = P(\cos\theta, \sin\theta)$$



تطبيقات

إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة $P\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ فأوجد كلا من $\sin\theta, \cos\theta$

$$P\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right) = P(\cos\theta, \sin\theta)$$

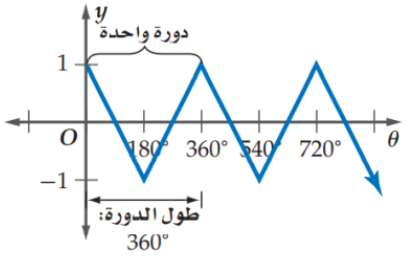
$$\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad , \sin\theta = -\frac{1}{2}$$

ملاحظات هامة : من خلال المعطى $P\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ يمكن تحديد الربع الذي يقع فيه ضلع الانتهاء وهو الثالث لأن إشارات احداثيات كل من x,y سالبة ويمكن إيجاد باقي الدوال باستخدام دوال المقلوب او النسب المثلثية .

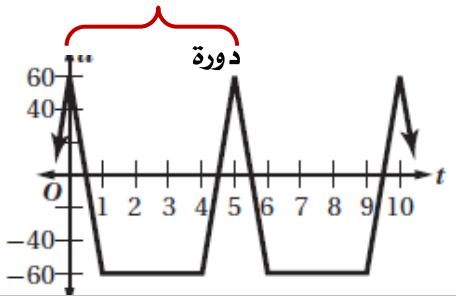
الدوال الدورية

θ	y
0°	1
180°	−1
360°	1
540°	−1
720°	1

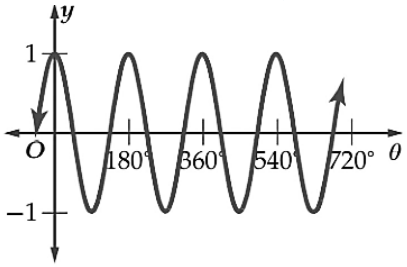
تتكرر الدورة كل 360°



دالة دورية تتكرر بنمط معين طول الدورة : 5



دالة دورية تتكرر بنمط معين طول الدورة : 180°

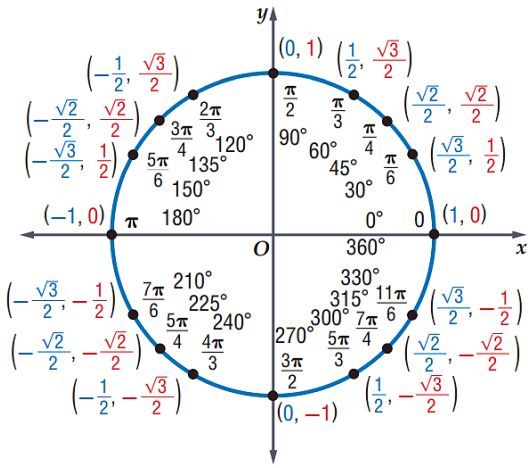


يبين الشكل المجاور القيم الدقيقة لكل من $cos\theta$, $sin\theta$ لبعض الزوايا الخاصة على دائرةِ الوحدة

$$\cos\theta = x \quad \Rightarrow \sec\theta = \frac{1}{x}, x \neq 0$$

$$\sin\theta = y \quad \Rightarrow \csc\theta = \frac{1}{y}, y \neq 0$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} \quad \Rightarrow \cot\theta = \frac{x}{y}, y \neq 0$$



ملاحظات هامة تتكرر دورة كل من دالتي الجيب وجيب التمام كل 360° .

وهذا يعني أنهما دالتان دوريتان. طول دورة كل منهما 2π أو 360°

لذا فإن قيم كل من الدالتين تتكرر كل 360° . فتكون النتيجة التالية صحيحة دائما

$$\sin(\theta + 360°) = \sin\theta$$

$$\cos(\theta + 360°) = \cos\theta$$

تطبيق أوجد القيمة الدقيقة لكل دالة مثلثية فيما يأتي

$\sin 585°$ $= \sin(225° + 360°)$ $= \sin 225° = -\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\cos 7\pi$ $= \cos(\pi + 3(2\pi))$ $= \cos\pi = -1$

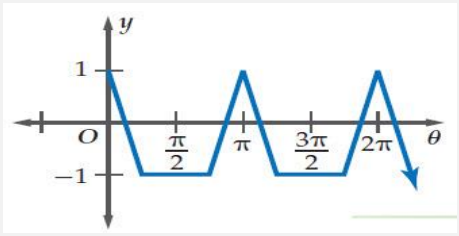
اختبر نفسك

الوحدة الرابعة: حساب المثلثات	(4-6) الدوال الدائرية

الاسم : الشعبة :

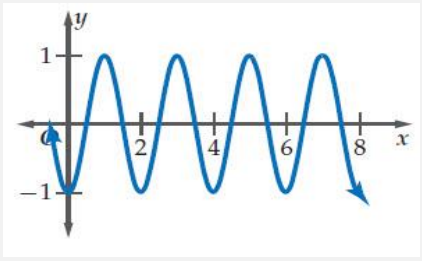
اختر الإجابة الصحيحة :

1 طول الدورة للدالة الممثلة بالشكل يكون



Ⓐ	$\frac{\pi}{2}$	Ⓑ	π	Ⓒ	$\frac{3\pi}{2}$	Ⓓ	2π

2 طول الدورة للدالة الممثلة بالشكل هي :



Ⓐ	2	Ⓑ	4	Ⓒ	3	Ⓓ	6

3 $\sin 840° =$

Ⓐ	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	Ⓑ	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	Ⓒ	$\frac{1}{2}$	Ⓓ	$-\frac{1}{2}$

4 إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة $P\left(\frac{20}{29}, -\frac{21}{29}\right)$ فأوجد $\sec\theta$

Ⓐ	$-\frac{21}{29}$	Ⓑ	$-\frac{29}{21}$	Ⓒ	$\frac{20}{29}$	Ⓓ	$\frac{29}{20}$

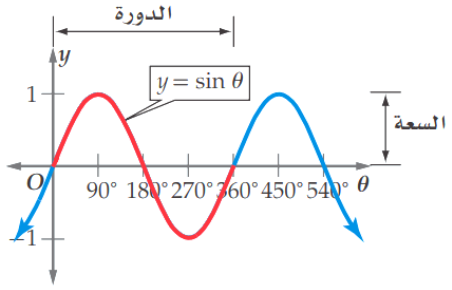
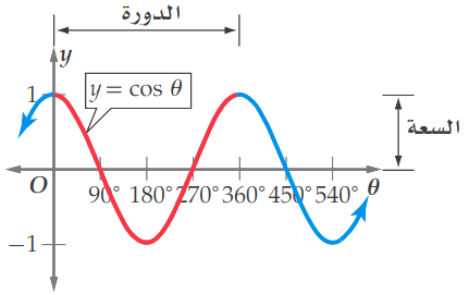
5 أوجد القيمة الدقيقة ل $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

Ⓐ	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	Ⓑ	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	Ⓒ	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	Ⓓ	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

4 – 7 تمثيل الدوال المثلثية بيانياً

المهارات السابقة	الدوال الدورية
المهارات الأساسية	أصف دوال الجيب وجيب التمام والظل وأمثلها بيانياً . أصف دوال مثلثية أخرى وأمثلها بيانياً .
المفردات	السعة : لمنحنى دالّة الجيب أو دالّة جيب التمام تساوي نصف الفرق بين القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة. التردد : هو عدد الدورات في وحدة الزمن. وهو وصف للموجات والحركة الدورية

التمثيل البياني وخصائص دالتي الجيب وجيب التمام

الدالة الأم	$y = \sin\theta$	$y = \cos\theta$
التمثيل البياني		
المجال	مجموعة الاعداد الحقيقية	
المدى	$\{y \mid -1 \le y \le 1\}$	
السعة	1	
طول الدائرة	360°	

الصورة العامة لتحويلات التمثيل البياني للدوال المثلثية

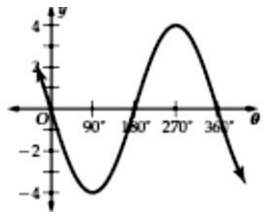
$y = a \cos b\theta$	$y = a \sin b\theta$
نقاط تقاطع الدالة محور θ :	نقاط تقاطع الدالة محور θ :
$\left(\frac{1}{4}.\frac{360^\circ}{b}, 0\right)$ و $\left(\frac{3}{4}.\frac{360^\circ}{b}, 0\right)$	$(0,0)$ و $\left(\frac{1}{2}.\frac{360^\circ}{b}, 0\right)$ و $\left(\frac{360^\circ}{b}, 0\right)$

السعة = $|a|$ ، وطول الدورة = $\frac{360^\circ}{|b|}$

تطبيقات : أوجد السعة وطول الدورة لكلٍّ دالة ممَّا يأتي، ثم مثلها بيانيا:

السعة $= |-4| = 4$

طول الدورة $= \frac{360^\circ}{1} = 360^\circ$



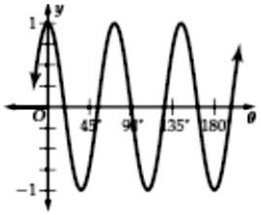
نقاط تقاطع الدالة محور θ :

$(0,0)$ و $\left(\frac{1}{2}.\frac{360^\circ}{1},0\right)$ و $\left(\frac{360^\circ}{1},0\right)$

$(0,0)$ و $(180^\circ,0)$ و $(360^\circ,0)$

السعة $= |1| = 1$

طول الدورة $= \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$



نقاط تقاطع الدالة محور θ :

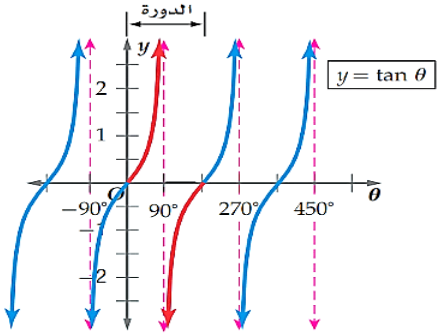
$\left(\frac{3}{4}.\frac{360^\circ}{5},0\right)$ و $\left(\frac{1}{4}.\frac{360^\circ}{5},0\right)$

$(54^\circ,0)$ و $(18^\circ,0)$

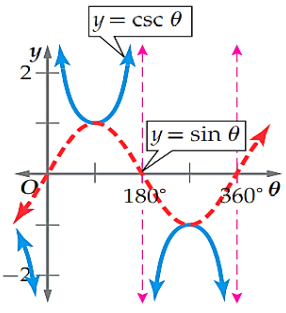
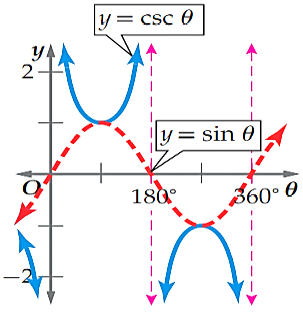
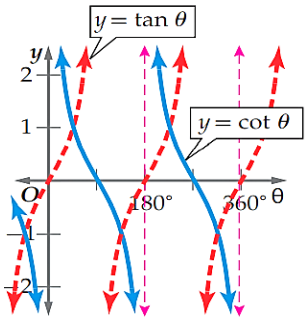
تستخدم الدوالّ المثلّثية في تمثيل المواقف الحياتية المرتبطة بالحركة الدورية، مثل الموجات الكهرومغناطيسية أو موجات الصوت. ويتمُّ وصف هذه الأمواج عادة باستعمال التردد ، التردد = مقلوب طول الدورة

دالة الظل

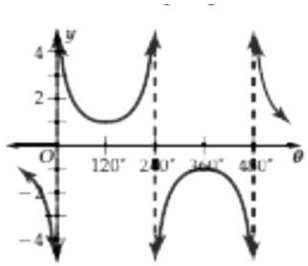
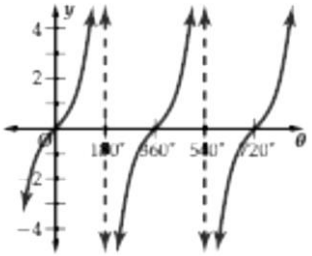
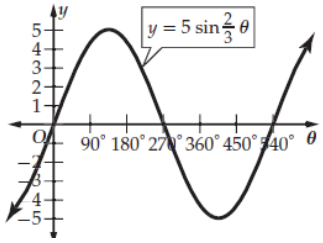
الدالة الأم	$y = \tan\theta$
المجال	$\{\theta \mid \theta \neq 90^\circ + 180^\circ n, n \epsilon Z\}$ أي غير معرفه عند 90° و 270°....
المدى	مجموعة الأعداد الحقيقية
السعة	غير معرفة
طول الدورة	180°



تمثيل الدوال المثلثية الأخرى

الدالة الأم	$y = \csc\theta$	$y = \sec\theta$	$y = \cot\theta$
التمثيل البياني			
المجال	$\{\theta \mid \theta \neq 180^\circ n, n \epsilon Z\}$	$\{\theta \mid \theta \neq 90^\circ + 180^\circ n, n \epsilon Z\}$	$\{\theta \mid \theta \neq 180^\circ n, n \epsilon Z\}$
المدى	$\{y \mid 1 \leq y \vee y \leq -1\}$		مجموعة الأعداد الحقيقة
السعة	غير معرفة		
طول الدورة	360°		180°

أوجد السعة (إذا كانت معرفة)، وطول الدورة لكلٍّ دالة ممَّا يأتي ومثلها بيانيا :

الدالة	السعة	طول الدورة	التمثيل البياني
$y = \csc\frac{3}{4}\theta$	غير معرفة	$\frac{360°}{\lvert b\rvert} = \frac{360°}{\frac{3}{4}} = 360°\left(\frac{4}{3}\right) = 480°$	
$y = 2\tan\frac{1}{2}\theta$	غير معرفة	$\frac{180°}{\lvert b\rvert} = \frac{180°}{\frac{1}{2}} = 360°$	
$y = 5\sin\frac{2}{3}\theta$	$\lvert 5\rvert = 5$	$\frac{360°}{\lvert b\rvert} = \frac{360°}{\frac{2}{3}} = 360°\left(\frac{3}{2}\right) = 540°$	

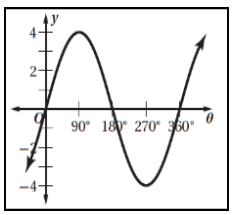
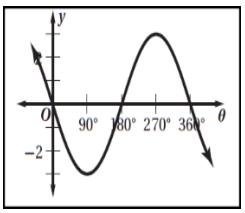
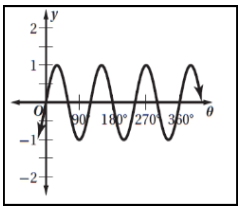
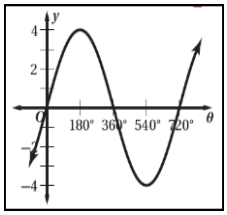
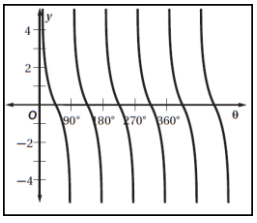
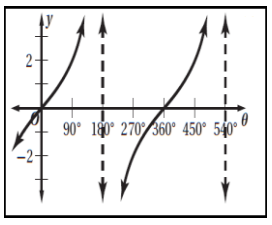
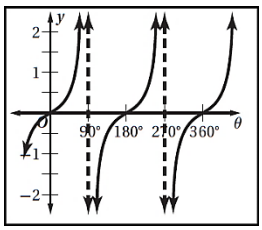
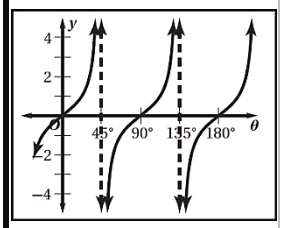
اختبر نفسك

الوحدة الرابعة: حساب المثلثات

(4-7) تمثيل الدوال المثلثية بيانياً

الاسم : **الشعبة :**

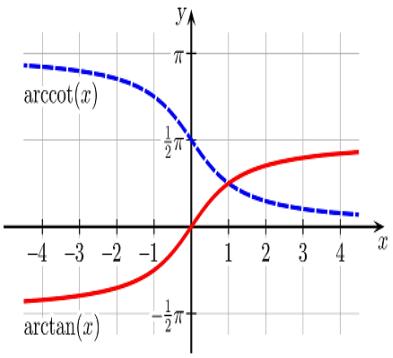
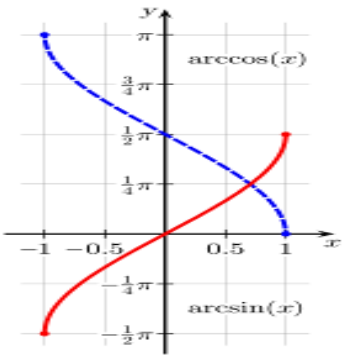
اختر الإجابة الصحيحة :

1	طول الدورة للدالة $y = \csc 2\theta$ يكون							
	Ⓐ	$360°$	Ⓑ	$270°$	Ⓒ	$180°$	Ⓓ	$90°$
2	في الدالة المثلثية $y = 4sin3\theta$ ، من تقاطع الدالة مع المحور x تساوي							
	Ⓐ	$(180°, 0°)$	Ⓑ	$-(60°, 0)$	Ⓒ	$(30°, 0)$	Ⓓ	$(45°, 0)$
3	التمثيل البياني للدالة المثلثية $y = sin3\theta$							
	Ⓐ		Ⓑ		Ⓒ		Ⓓ	
4	التمثيل الصحيح للدالة $y = \tan 2\theta$							
	Ⓐ		Ⓑ		Ⓒ		Ⓓ	
5	طول الدورة في الدالة $y = 2\tan\frac{2}{3}\theta$							
	Ⓐ	$540°$	Ⓑ	$270°$	Ⓒ	$240°$	Ⓓ	$120°$

8 – 4 الدوال المثلثية العكسية

المهارات السابقة	تمثيل الدوال المثلثية العكسية .
المهارات الأساسية	أجد قيم الدوال المثلثية العكسية . أحل معادلات باستعمال الدوال المثلثية العكسية .
المفردات	القيم الأساسية : الدوال المثلثية غير متباينة فيكون معكوس الدوال غير موجود فيتم تحديد مجال الدوال المثلثية العكسية إلى قيم أساسية محددة . دالة الجيب العكسية - دالة جيب التمام العكسية - دالة الظل العكسية المعادلة المثلثية : هي معادلة تحتوي على دوال مثلثية بزوايا مجهولة القياس

معكوس الدالة المثلثية :

الدالة العكسية	دالة الجيب العكسية	دالة جيب التمام العكسية	دالة الظل العكسية
الرمز	$y = Sin^{-1} x$ $y = Arc\sin x$	$y = Cos^{-1} x$ $y = Arc\cos x$	$y = Tan^{-1} x$ $y = Arc\tan x$
المجال	$-1 \le x \le 1$	$-1 \le x \le 1$	$\mathbb{R}$
المدى	$-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$ $-90° \le y \le 90$	$0 \le y \le \pi$ $0° \le y \le 180$	$-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$ $-90° < y < 90°$
الرسم البياني			

الفرق بين : $y = \cos^{-1} x$ و $y = Cos^{-1} x$ عندما $x = \frac{1}{2}$

$y = \cos^{-1} x$ $y = 60°$ و $300°$ وكل زاوية تشترك مع هاتين الزاويتين في ضلع الانتهاء لذلك تسمى $y = \cos^{-1} x$ علاقة	$y = Cos^{-1} x$ $y = 60°$ لذلك تسمى $y = Cos^{-1} x$ دالة

إيجاد قيم الدوال المثلثية العكسية

ممكن إيجاد قيم الدوال المثلثية العكسية بثلاث طرق

- استعمال دائرة الوحدة
- استعمال الزاوية المرجعية
- استعمال الالة الحاسبة

تطبيقات

أوجد قيمة ما يلي بالدرجات والراديان :

$Sin^{-1}\frac{1}{2}$ $-90° \le \theta \le 90°$ $\theta = 30° = \frac{\pi}{6}$	$Cos^{-1}\frac{\sqrt{2}}{2}$ $0° \le \theta \le 180°$ $\theta = 45° = \frac{\pi}{4}$	$Tan^{-1}(-\sqrt{3})$ $-°90 < \theta < 90°$ و $\theta = -60°$ $= -\frac{\pi}{3}$

أوجد قيمة ما يلي ، مقرباً إلى أقرب جزء من مئة

$\sin\left[Sin^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ $\sin\left[Sin^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ دالة وعكسها فتكون الإجابة مباشره وبدون آلة حاسبة $\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos\left[Tan^{-1}\frac{3}{5}\right]$ 0.86 باستخدام الالة الحاسبة	$\tan\left[Sin^{-1}(-\frac{1}{2})\right]$ 0.58 باستخدام الالة الحاسبة

حل المعادلات التالية (حل المعادلات المثلثية مشابه تماما لما سبق في الدوال العكسية):

$Sin\theta = 2.5$ ليس لها حل لأن مجال الدالة $Sin^{-1}x$ $-1 \le sinx \le 1$	$Cos\,\theta = -0.25$ $\theta = Cos^{-1}(-0.25)$ = 104.48°	$Tan\theta = 3.8$ $\theta = Tan^{-1}(3.8)$ = 75.26°

اختبر نفسك

الوحدة الرابعة: حساب المثلثات

(4-8) الدوال المثلثية العكسية

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	يكون $y = \sin^{-1} x$ مجال الدالة							
	Ⓐ	$-1 \le x \le 1$	Ⓑ	$-90° \le x \le 90°$	Ⓒ	$\mathbb{R}$	Ⓓ	$\mathbb{R} - \{1\}$
2	$Arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ على الفترة $[0, \pi]$							
	Ⓐ	$45°$	Ⓑ	$135°$	Ⓒ	$45° , 135°$	Ⓓ	$225°$
3	قيمة $\sin\left(\tan^{-1}\frac{3}{8}\right)$ الى اقرب جزء من مئة							
	Ⓐ	0.94	Ⓑ	0.4	Ⓒ	0.35	Ⓓ	0.36
4	اذا كانت $\sin\theta = 0.422$ فان قياس الزاوية θ بالدرجات							
	Ⓐ	$25°$	Ⓑ	$42°$	Ⓒ	48	Ⓓ	$65°$
5	إذا كانت $\tan\theta = 1.8$ فان قياس الزاوية θ بالدرجات							
	Ⓐ	$0.03°$	Ⓑ	$29.1°$	Ⓒ	$60.9°$	Ⓓ	لا يوجد حل

ملحق الإجابات

للفصل الأول

العلاقات والدوال

ملحق الحل

الوحدة الأولى:
العلاقات والدوال النسبية

التهيئة

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	حل المعادلة $\frac{1}{2}x = \frac{5}{6}$ في أبسط صورة يساوي :							
	Ⓐ	$x = \frac{3}{5}$	Ⓑ	$x = \frac{5}{3}$	Ⓒ	$x = \frac{5}{12}$	Ⓓ	$x = 2$
2	حل التناسب $\frac{m}{5} = \frac{2}{7}$ في أبسط صورة							
	Ⓐ	$m = \frac{7}{10}$	Ⓑ	$m = \frac{10}{7}$	Ⓒ	$m = \frac{35}{2}$	Ⓓ	$m = \frac{2}{35}$
3	$\frac{1}{8}$ هو ناتج تبسيط العبارة							
	Ⓐ	$\frac{1}{4} - \frac{3}{8}$	Ⓑ	$\frac{3}{8} - \frac{5}{8}$	Ⓒ	$\frac{3}{4} - \frac{5}{8}$	Ⓓ	$\frac{2}{9} - \frac{7}{15}$
4	18 هو المضاعف المشترك الأصغر للأعداد :							
	Ⓐ	9 ،6، 2	Ⓑ	1 ، 6، 3	Ⓒ	12،6 ، 3	Ⓓ	9، 4، 2
5	$= \frac{1}{10} - \frac{4}{15} + \frac{1}{3}$							
	Ⓐ	$\frac{1}{6}$	Ⓑ	$\frac{1}{18}$	Ⓒ	$\frac{-2}{8}$	Ⓓ	$\frac{11}{15}$
6	تستخدم ليلى عند خبز الكيك $\frac{2}{3}$ كوب من الحليب وتستخدم عند خبز الخبز $\frac{1}{2}$ كوب من الحليب . فكم كوب من الحليب تحتاج ليلى لعمل الطبقين ؟							
	Ⓐ	$\frac{3}{5}$	Ⓑ	$\frac{6}{7}$	Ⓒ	$\frac{5}{3}$	Ⓓ	$\frac{7}{6}$

اختبر نفسك

ملحق الحل

الوحدة الأولى:
العلاقات والدوال النسبية

(1-1) ضرب العبارات النسبية

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	تبسيط العبارة النسبية $\frac{24\,pn}{18\,p^2}$ هو :							
	Ⓐ	$\frac{3\,p}{4\,n}$	Ⓑ	$\frac{4\,p\,n}{3}$	Ⓒ	$\frac{4\,n}{3\,p}$	Ⓓ	3,-3
2	تبسيط العبارة النسبية $\frac{c-5}{c^2-c-20}$ هو :							
	Ⓐ	$\frac{5-c}{c-4}$	Ⓑ	$\frac{5-c}{c+4}$	Ⓒ	$\frac{1}{c+4}$	Ⓓ	$\frac{-1}{c+4}$
3	تبسيط العبارة النسبية $\frac{24x^3y^5}{ab} \cdot \frac{ab^2}{12x^2y^2}$ ؟							
	Ⓐ	$\frac{2xy^2}{b}$	Ⓑ	$\frac{xy^3b}{2}$	Ⓒ	$2xy^3b$	Ⓓ	$2x^5y^7b^3$
4	إذا كانت $r \neq \pm 2$، فأيٌّ ممَّا يأتي تكافئ العبارة $\frac{r^2+6r+8}{r^2-4}$ ؟							
	Ⓐ	$\frac{r-2}{r+4}$	Ⓑ	$\frac{r+4}{r-2}$	Ⓒ	$\frac{r+2}{r-4}$	Ⓓ	x^2+xy+y^2
5	قيم x التي تجعل العبارة $\frac{x^2-5x-14}{x^2+7x+10}$ غير معرَّفة هي							
	Ⓐ	$-5,2$	Ⓑ	$0,2,5$	Ⓒ	-2	Ⓓ	$-5,-2$
6	ما قيم x التي تجعل العبارة $\frac{x+7}{x^2-3x-28}$ غير معرَّفة؟							
	Ⓐ	$7,-4$	Ⓑ	$4,7$	Ⓒ	$-7,4,7$	Ⓓ	$-7,4$

اختبر نفسك

ملحق الحل

الوحدة الأولى: العلاقات والدوال النسبية

(1-2) جمع العبارات النسبية وطرحها

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	LCM لكثيرات الحدود الآتية: $24z + 12 , 6z + 3$، يساوي:							
	Ⓐ	$18 (z + 4)$	Ⓑ	$3 (z + 4)$	Ⓒ	$6 (z + 4)$	Ⓓ	$z + 4$
2	LCM لكثيرات الحدود الآتية: $20 a b^2$ ، $15 b^3$ ، $12 a^2$، يساوي:							
	Ⓐ	$120 a^2 b^3$	Ⓑ	$60 a^2 b^3$	Ⓒ	$120 a^2 b^5$	Ⓓ	$60 a^3 b^3$
3	ناتج جمع العبارتين النسبيتين $\frac{2x}{x^2+9x+18} + \frac{5}{x+6}$ هو							
	Ⓐ	$\frac{7x - 15}{(x + 6)(x + 3)}$	Ⓑ	$\frac{7x + 15}{(x + 6)(x + 3)}$	Ⓒ	$\frac{x + 15}{(x + 3)}$	Ⓓ	$\frac{7x}{(x + 6)}$
4	ناتج طرح العبارتين النسبيتين $\frac{4}{3x+6} - \frac{x-2}{x^2-4}$							
	Ⓐ	$\frac{-1}{3(x + 2)}$	Ⓑ	$\frac{1}{2(x - 2)}$	Ⓒ	$\frac{-1}{2(x + 2)}$	Ⓓ	$\frac{1}{3(x + 2)}$
5	تبسيط العبارة $\frac{\frac{2}{x} + \frac{3}{y}}{\frac{7}{y} - \frac{4}{x}}$ هو:							
	Ⓐ	$\frac{2y + 3x}{7x - 4y}$	Ⓑ	$\frac{2x + 3y}{7y - 4x}$	Ⓒ	$\frac{2x + 3y}{7x - 4y}$	Ⓓ	$\frac{2y + 3x}{7y - 4x}$

اختبر نفسك

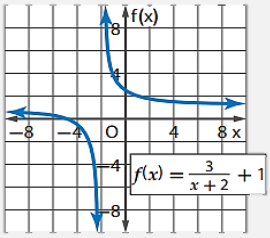
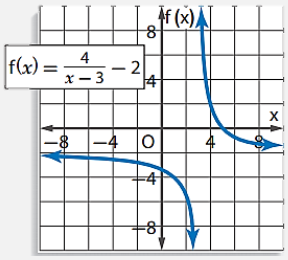
ملحق الحل

الوحدة الأولى:
العلاقات والدوال النسبية

(1-3) تمثيل دوال المقلوب بيانياً

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	شكل التمثيل البياني للدالة الرئيسة (الأم) لدوال المقلوب $f(x)=\frac{1}{x}$ هو:							
	Ⓐ	قطع مكافئ	Ⓑ	قطع ناقص	Ⓒ	دائرة	Ⓓ	قطع زائد
2	خط التقارب الأفقي للدالة الموضحة بالرسم المجاور: 							
	Ⓐ	$y=-1$	Ⓑ	$y=1$	Ⓒ	$x=2$	Ⓓ	$x=-2$
3	خط التقارب الرأسي للدالة الموضحة بالرسم المجاور: 							
	Ⓐ	$x=-3$	Ⓑ	$x=3$	Ⓒ	$y=-2$	Ⓓ	$y=2$
4	مدى الدالة $f(x)=\frac{7}{x+4}+3$ هو :							
	Ⓐ	R - {3}	Ⓑ	R - {4}	Ⓒ	R - {-3}	Ⓓ	R - {- 4}
5	مجال الدالة $f(x)=\frac{5}{4x-8}$ هو:							
	Ⓐ	جميع الأعداد الحقيقية	Ⓑ	جميع الأعداد الحقيقية ما عدا الصفر	Ⓒ	جميع الأعداد الحقيقية ما عدا 1	Ⓓ	جميع الأعداد الحقيقية ما عدا 2

اختبر نفسك

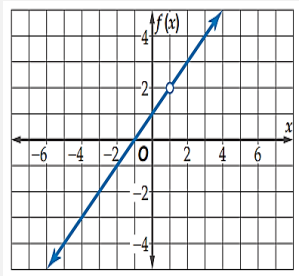
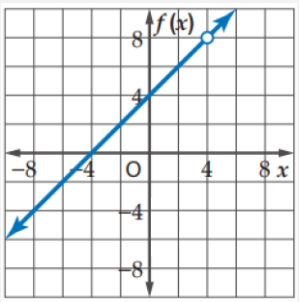
ملحق الحل

الوحدة الأولى:
العلاقات والدوال النسبية

(4-1) تمثيل الدوال النسبية بيانياً

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	ما معادلة خط التقارب الرأسي للدالة النسبية $f(x)=\frac{x+1}{x+2}$ ؟							
	Ⓐ $x=2$	Ⓑ $x=-2$	Ⓒ $y=1$	Ⓓ $y=2$				
2	ما معادلة خط التقارب الأفقي للدالة النسبية $f(x)=\frac{x+1}{x+2}$ ؟							
	Ⓐ $y=0$	Ⓑ $y=1$	Ⓒ $y=2$	Ⓓ لا يوجد خط تقارب أفقي				
3	ما معادلة خط التقارب الأفقي للدالة النسبية $f(x)=\frac{x^2}{x-2}$ ؟							
	Ⓐ $y=0$	Ⓑ $y=1$	Ⓒ $y=2$	Ⓓ لا يوجد خط تقارب أفقي				
4	ما معادلة خط التقارب الرأسي للدالة النسبية $f(x)=\frac{4x}{x^2-16}$ ؟							
	Ⓐ $x=4$	Ⓑ $x=-4$	Ⓒ $x=4$ ، $x=-4$	Ⓓ $x=16$ ، $x=-16$				
5	ما معادلة خط التقارب الأفقي للدالة النسبية $f(x)=\frac{4x}{x^2-16}$ ؟							
	Ⓐ $y=0$	Ⓑ $y=1$	Ⓒ $y=2$	Ⓓ لا يوجد خط تقارب أفقي				
6	نقطة الانفصال الموضحة في الشكل المجاور عند: 							
	Ⓐ $x=1$	Ⓑ $x=4$	Ⓒ $x=2$	Ⓓ $x=0$				
7	الشكل المجاور هو التمثيل للدالة: 							
	Ⓐ $\frac{x^2-64}{x+8}$	Ⓑ $\frac{x^2-64}{x-8}$	Ⓒ $\frac{x^2-16}{x+4}$	Ⓓ $\frac{x^2-16}{x-4}$				

اختبر نفسك

ملحق الحل

الوحدة الأولى: العلاقات والدوال النسبية	(1-5) دوال التغير

الاسم : الشعبة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1	إذا كانت y تتغير طرديًا مع x، وكان $k \neq 0$ فإن:							
	Ⓐ	$y = kx$	Ⓑ	$xy = k$	Ⓒ	$y = k - x$	Ⓓ	$2yx = k$
2	ما نوع التغيُّر الذي تمثله المعادلة $z = 30x$ ؟							
	Ⓐ	طردي.	Ⓑ	عكسي.	Ⓒ	مشترك.	Ⓓ	مركّب.
3	إذا كانت y تتغير تغيرًا طرديًا مع x، وكانت $y = 4$ عندما $x = -2$، فأوجد قيمة y عندما $x = 30$							
	Ⓐ	$-\frac{4}{15}$	Ⓑ	60	Ⓒ	-60	Ⓓ	$\frac{4}{15}$
4	إذا كانت y تتغير تغيرًا مشتركًا مع x و z، وكانت $y = 24$ عندما $x = 2$ و $z = 3$، فأوجد قيمة y عندما $x = 1$ و $z = 5$							
	Ⓐ	5	Ⓑ	20	Ⓒ	10	Ⓓ	4
5	إذا كانت y تتغير عكسيًا مع x، وكان $k \neq 0$ فإن:							
	Ⓐ	$y = kx$	Ⓑ	$xy = k$	Ⓒ	$y = k - x$	Ⓓ	$2y + x = k$
6	ما نوع التغيُّر الذي تمثله المعادلة $ac = 5$؟							
	Ⓐ	طردي.	Ⓑ	عكسي.	Ⓒ	مشترك.	Ⓓ	مركّب.

اختبر نفسك

ملحق الحل

الوحدة الأولى:
العلاقات والدوال النسبية

(1-6) حل المعادلات والمتباينات النسبية

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	حل المعادلة $\frac{5}{6}=\frac{7}{12}+\frac{7}{x}$ هو:							
	Ⓐ	28	Ⓑ	-28	Ⓒ	14	Ⓓ	$\emptyset$
2	إذا كان $\frac{2a}{a}+\frac{1}{a}=4$، فما قيمة a ؟							
	Ⓐ	$-\frac{1}{8}$	Ⓑ	$\frac{1}{8}$	Ⓒ	$\frac{1}{2}$	Ⓓ	2
3	حل المعادلة $\frac{2}{5x}-\frac{1}{2x}=-\frac{1}{2}$ هو:							
	Ⓐ	$\frac{1}{10}$	Ⓑ	$\frac{1}{5}$	Ⓒ	$\frac{1}{4}$	Ⓓ	$\frac{1}{2}$
4	حل المعادلة $\frac{11}{a+2}-\frac{10}{a+5}=\frac{36}{a^2+7a+10}$ هو:							
	Ⓐ	-1	Ⓑ	$-\frac{1}{2}$	Ⓒ	$\frac{1}{2}$	Ⓓ	1
5	مجموعة حل المتباينة $\frac{5}{x}+\frac{7}{x}<6$ هي:							
	Ⓐ	$x<2$	Ⓑ	$0<x<2$	Ⓒ	$x<0\ ,x>2$	Ⓓ	$x<0$
6	مجموعة حل المتباينة $\frac{2}{x}+\frac{5}{x-1}<0$ هي:							
	Ⓐ	$x<0$	Ⓑ	$x<1$	Ⓒ	$x<0\ ,x>1$	Ⓓ	$0<x<1$

اختبر نفسك

ملحق الإجابات

للفصل الثاني

المتتابعات والمتسلسلات

ملحق الحل

الوحدة الثانية: المتتابعات والمتسلسلات	التهيئة
الاسم :	الشعبة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1	حل المعادلة $6x - 13 = 23$							
	Ⓐ	-12	Ⓑ	$\frac{5}{3}$	Ⓒ	5	Ⓓ	6
2	الدالة التي مجالها $\{2, 4, 6, 8\}$ هي							
	Ⓐ	{(2,4),(4,16), (3,9),(5,25)}	Ⓑ	{(6,2),(12,4), (18,6),(24,8)}	Ⓒ	{(2,1),(4,2), (6,3),(8,4)}	Ⓓ	{(1,2),(2,4), (3,6),(4,8)}
3	أي معادلة من المعادلات التالية أحد حلولها : $x = -2$							
	Ⓐ	$2x^2 - 4 = -12$	Ⓑ	$x^2 - 4 = 12$	Ⓒ	$x^2 - 4 = 1$	Ⓓ	$2x^2 + 4 = 12$
4	تريد مها أن تزرع حديقة منزلها فاشترت 60 شتلة ورد ، زرعت في أحد جانبيها 15 شتلة وفي الجزء الثاني قررت زرع كل 9 شتلات متبقية في صف واحد فإن عدد الصفوف التي ستزرعها مها يساوي:							
	Ⓐ	4	Ⓑ	5	Ⓒ	9	Ⓓ	45
5	قيمة العبارة الرياضية $2zy^x$ ، في أبسط صورة عندما $z = -5$, $y = \frac{1}{2}$, $x = 3$ تساوي:							
	Ⓐ	$\frac{5}{4}$	Ⓑ	$-\frac{5}{4}$	Ⓒ	$\frac{4}{5}$	Ⓓ	$-\frac{4}{5}$

ملحق الحل

الوحدة الثانية: المتتابعات والمتسلسلات

(2-1) المتتابعات بوصفها دوال

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	**ما الحدود الأربعة التالية للمتتابعة الحسابية** ..... ، 16 ،13 ، 10							
	Ⓐ	19, 22, 25, 28	Ⓑ	17, 18, 19, 20	Ⓒ	19, 21, 24, 27	Ⓓ	20, 25, 30, 35
2	**الحدين التاليين في المتتابعة الهندسية** .....،4، 6 ، 9							
	Ⓐ	$\frac{8}{3}$, $\frac{16}{9}$	Ⓑ	$\frac{2}{3}$, $\frac{4}{3}$	Ⓒ	**2 , 0**	Ⓓ	**8, 16**
3	**يتكون مدرَّج من عدة صفوف، إذا كان عدد مقاعد الصف الأول 20 مقعدا، وكان كل صفٍّ يزيد على السابق له بأربعة مقاعد، ففي أيِّ صفٍّ يكون عدد المقاعد 48 ؟**							
	Ⓐ	**الصف الرابع**	Ⓑ	**الصف الثالث**	Ⓒ	**الصف السادس**	Ⓓ	**الصف السادس**
4	**الحد السابع للمتتابعة الحسابية التي فيها** $a_1 = 3 , d = 5$							
	Ⓐ	**30**	Ⓑ	**31**	Ⓒ	**33**	Ⓓ	**38**
5	**المتتابعة** .....,3,12,27,48 **هي**							
	Ⓐ	**حسابية وأساسها 15**	Ⓑ	**حسابية وأساسها 9**	Ⓒ	**حسابية وأساسها 4**	Ⓓ	**غير ذلك**

ملحق الحل

الوحدة الثانية: المتتابعات والمتسلسلات	(2-2) المتتابعات والمتسلسلات الحسابية

الاسم : الشعبة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1	متتابعة حسابية فيها $a_1 = 15 , d = 8$ فإن a_{20} تساوي							
	Ⓐ	152	Ⓑ	175	Ⓒ	159	Ⓓ	167
2	الحد النوني للمتتابعة الحسابية $12, 3, -6 , \ldots\ldots\ldots$							
	Ⓐ	$-9n + 21$	Ⓑ	$9n + 21$	Ⓒ	$-9n - 21$	Ⓓ	$-3n + 15$
3	$\sum_{k=4}^{18} (6k - 1) =$							
	Ⓐ	846	Ⓑ	910	Ⓒ	975	Ⓓ	1008
4	قيمة x التي تحقق ان $\sum_{k=5}^{x} (8k + 2) = 1032$							
	Ⓐ	13	Ⓑ	14	Ⓒ	15	Ⓓ	16
5	الوسطين الحسابيين بين العددين 17 , 8 هما							
	Ⓐ	10 , 12	Ⓑ	11 , 14	Ⓒ	9 , 13	Ⓓ	12 , 13

اختبر نفسك

ملحق الحل

الوحدة الثانية: المتتابعات والمتسلسلات	(2-3) المتتابعات والمتسلسلات الهندسية

الاسم : الشعبة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1	الحد النوني للمتتابعة الهندسية ... ... , 128 , 16 , 2 هو							
	Ⓐ	$(8)^{n-1}$	Ⓑ	$2(8)^{n-1}$	Ⓒ	$(16)^{n-1}$	Ⓓ	$2(8)^{n}$
2	الحد العاشر في المتتابعة الهندسية ..... , 4 , 2 , 1 , $\frac{1}{2}$ هو							
	Ⓐ	1024	Ⓑ	512	Ⓒ	256	Ⓓ	128
3	الوسط الهندسي بين العددين 16 , 4							
	Ⓐ	10	Ⓑ	-10	Ⓒ	± 10	Ⓓ	± 8
4	الوسطين الهندسيين بين العددين 9 , $\frac{1}{3}$ هما							
	Ⓐ	3 , 6	Ⓑ	1 , 3	Ⓒ	2 , 4	Ⓓ	$-1 , -3$
5	$\sum_{k=1}^{10} 3(2)^{k-1} =$							
	Ⓐ	3069	Ⓑ	1533	Ⓒ	1023	Ⓓ	3050

اختبر نفسك

ملحق الحل

الوحدة الثانية: المتتابعات والمتسلسلات	**(2-4) المتسلسلات الهندسية اللانهائية**

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية ... $8+4+2+\cdots$							
	Ⓐ	**16**	Ⓑ	**8**	Ⓒ	$\frac{32}{3}$	Ⓓ	ليس لها مجموع
2	كتابة الكسر العشري الدوري $0.\overline{534}$ على صورة كسر اعتيادي بأبسط صورة هي :							
	Ⓐ	$\frac{534}{333}$	Ⓑ	$\frac{534}{1000}$	Ⓒ	$\frac{178}{333}$	Ⓓ	$\frac{178}{33}$
3	المتسلسلة الهندسية اللانهائية .. ... $\frac{3}{4}+\frac{9}{4}+\frac{27}{4}+\cdots$							
	Ⓐ	تقاربية و $r=\frac{1}{3}$	Ⓑ	تقاربية و $r=\frac{3}{4}$	Ⓒ	تباعدية و $r=3$	Ⓓ	تباعدية و $r=9$
4	$\sum_{n=1}^{\infty} 10\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = \cdots$							
	Ⓐ	$\frac{25}{3}$	Ⓑ	$\frac{25}{2}$	Ⓒ	**8**	Ⓓ	غير موجودة
5	اكتب $0.\overline{63}$ على صورة كسر اعتيادي							
	Ⓐ	$\frac{7}{11}$	Ⓑ	$\frac{63}{100}$	Ⓒ	$\frac{2}{8}$	Ⓓ	$6\frac{1}{3}$

اختبر نفسك

ملحق الحل

الوحدة الثانية: المتتابعات والمتسلسلات	(2-5) نظرية ذات الحدين

الاسم : الشعبة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1	الحد الخامس في مفكوك $(a+b)^7$ هو							
	Ⓐ	$35a^4b^3$	Ⓑ	$35a^3b^4$	Ⓒ	$21a^2b^5$	Ⓓ	$35a^5b^2$
2	الحد الخامس في مفكوك $(5a-4b)^4$ هو							
	Ⓐ	$2400a^2b^2$	Ⓑ	$2000a^3$	Ⓒ	$1280ab^3$	Ⓓ	$256b^4$
3	مفكوك $(x+2y)^3$							
	Ⓐ	$x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3$	Ⓑ	x^3+8y^3				
	Ⓒ	$x^2+4xy+4y^2$	Ⓓ	$x^3+4x^2y+4xy^2+8y^3$				
4	مفكوك $(1+x)^4$							
	Ⓐ	$1+4x+6x^2+4x^3+x^4$	Ⓑ	$1+4x+6x^2+4x^3+4x^4$				
	Ⓒ	$4x+6x^2+4x^3+x^4$	Ⓓ	$1+x^4$				
5	معاملات الحدود الناتجة من مفكوك $(x+y)^4$							
	Ⓐ	1،5،10،5،1	Ⓑ	1،3،3،1	Ⓒ	1،4،4،1	Ⓓ	1،4،6،4،1

اختبر نفسك

ملحق الحل

الوحدة الثانية: المتتابعات والمتسلسلات	(2-6) البرهان باستعمال مبدأ الاستقراء الرياضي

الاسم : الشعبة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1	باستخدام البرهان بالاستقراء الرياضي فإن الفرضية التي تستخدم لإثبات صحة العبارة : $6^n - 1$ تقبل القسمة على 5 . عندما $n = k + 1$ هي :							
	Ⓐ	$6^k - 1 = r$	Ⓑ	$6^k - 1 = 5r$	Ⓒ	$6^k - 1 = 5$	Ⓓ	$6^{k+1} = 5r$
2	في العبارة الرياضية، $3 + 7 + 11 + \cdots + (4n - 1) = 2n^2 + n$ ووفقاً لمبدأ الاستقراء الرياضي ، الحد المضاف لإثبات صحة العبارة عندما $n = k + 1$ يساوي :							
	Ⓐ	$4k + 1$	Ⓑ	$4k + 3$	Ⓒ	$4k + 4$	Ⓓ	$4k - 1$
3	من الأمثلة المضادة التي تثبت خطأ العبارة $n^2 + 1 + 5$ ، تقبل القسمة على 3 ، حيث n عدد طبيعي هي							
	Ⓐ	$n = 2$	Ⓑ	$n = 3$	Ⓒ	$n = 5$	Ⓓ	$n = 6$
4	العبارة الرياضية الذي يكون فيها $n = 2$ ليس مثالاً مضاداً لها هي:							
	Ⓐ	$7n - 5$ عدد أولي	Ⓑ	$18^n - 1$ من مضاعفات العدد 17				
	Ⓒ	$1 + 4 + \cdots + (3n - 2) = n^3 - n^2 + 1$	Ⓓ	$n^2 + n + 1$ عدد زوجي				
5	ذكر خالد أنه يوجد أربعة أزواج فقط من الأعداد الأولية الفردية المتتابعة وهي $(3,5), (5,7). (11,13), (17,19)$ فإن المثال المضاد الذي يثبت خطأ ماذكره هو:							
	Ⓐ	$(21 , 23)$	Ⓑ	$(25 , 27)$	Ⓒ	$(29 , 31)$	Ⓓ	$(37,33)$

ملحق الإجابات

للفصل الثالث

الاحتمالات

ملحق الحل

الوحدة الثالثة: الاحتمالات	التهيئة

الاسم : الشعبة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1 إذا ألقي مجسم ذو 4 وجوه متطابقة كتب على كل وجه أحد الأعداد من 1 إلى 4 فإن احتمال أن يكون العدد على الوجه الظاهر عدد فردي هو:

Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{6}$

2 يبين الجدول أدناه نواتج تجربة استقرار مؤشر دوار لقرص مقسم إلى أربعة قطاعات متطابقة ومرقمة بالأعداد من 1-4 فإن الإحتمال التجريبي لاستقرار المؤشر عند عدد أولى يساوي:

النتيجة	الإشارات	التكرار
1	|||	3
2	𝍸 ||	7
3	𝍸 |	6
4	|||	4

Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
$\frac{7}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{11}{20}$	$\frac{13}{20}$

3 ناتج العبارة $\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{9}$ في أبسط صورة

Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
$\frac{6}{11}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{1}{3}$

4 ألقي مجسم ذو 5 وجوه متطابقة ، كتب على كل وجه أحد الأعداد من 1 إلى 5 .
فإن احتمال أن يكون العدد الظاهر على الوجه العلوي عدداً زوجياً يساوي

Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	1	5

5 في تجربة سحب كرة من كيس يحتوي على 3 كرات حمراء و 6 صفراء و 2 خضراء .
أجاب خالد أن احتمال سحب كرة حمراء يساوي تقريباً 27٪ .
و أجاب محمد أن احتمال سحب كرة حمراء يساوي تقريباً 45٪ .
فالذي أجاب إجابة صحيحة هو

Ⓐ	Ⓒ
خالد	محمد

ملحق الحل

الوحدة الثالثة: الاحتمالات	(3-1) تمثيل فضاء العينة

الاسم : الشعبة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1	عدد طرق تكوين عدد مكون من 3 أرقام من الأرقام 2،3،4،5 إذا سمح بتكرار الرقم المستخدم هو							
	Ⓐ	120طريقة	Ⓑ	48 طريقة	Ⓒ	64 طريقة	Ⓓ	24 طريقة
2	عدد طرق تكوين عدد مكون من 3 أرقام من الأرقام 5،6،7،8 إذا لم يسمح بتكرار الرقم المستخدم هو							
	Ⓐ	120طريقة	Ⓑ	48 طريقة	Ⓒ	64 طريقة	Ⓓ	24 طريقة
3	تحتوي قائمة الطعام في احد المطاعم 5 أطباق رئيسية و 4 انواع حساء و 3 انواع حلوى فإن عدد الطلبات المختلفة التي يمكن تقديمها بحيث يحتوي كل منها على طبق رئيسي واحد و نوع حساء و اخر حلوى هو							
	Ⓐ	20	Ⓑ	120	Ⓒ	64	Ⓓ	60

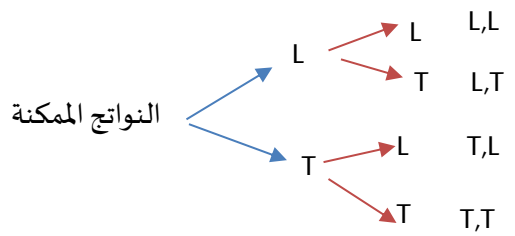
ألقيت قطعة نقود مرتين ، مثل فضاء العينة لهذه التجربة باستعمال القائمة المنظمة أو الجداول أو الرسم الشجري . ؟

القائمة المنظمة: L,L ، L,T ، T,L ، T,T

الجدول

النواتج الممكنة	L	T
L	L,L	L,T
T	T,L	T,T

الرسم الشجري



اختبر نفسك

ملحق الحل

الوحدة الثالثة: الاحتمالات	(3-2) الاحتمال باستخدام التباديل والتوافيق

الاسم : الشعبة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1	اذا كانت $_nP_2 = 72$ فإن قيمة n تساوي							
	Ⓐ	6	Ⓑ	7	Ⓒ	8	Ⓓ	9
2	إذا كانت $(n-1)! = 5040$ فإن n تساوي							
	Ⓐ	6	Ⓑ	7	Ⓒ	8	Ⓓ	9
3	$_5C_3 =$							
	Ⓐ	60	Ⓑ	10	Ⓒ	15	Ⓓ	20
4	عدد طرق اختيار 3 طلاب من 7 طلاب لتمثيل المدرسة في مسابقة ما هو							
	Ⓐ	$_7C_3$	Ⓑ	$_7P_3$	Ⓒ	7!	Ⓓ	$_3C_7$
5	من 10 اعضاء مجلس ادارة شركة يراد اختيار رئيس و نائب رئيس و امين سر فإن عدد طرق الاختيار يكون							
	Ⓐ	720 طريقة	Ⓑ	120 طريقة	Ⓒ	10 طريقة	Ⓓ	30 طريقة
6	$5! =$							
	Ⓐ	24	Ⓑ	120	Ⓒ	720	Ⓓ	5
7	$\frac{80!}{79!} =$							
	Ⓐ	80!	Ⓑ	1	Ⓒ	$\frac{80}{79}$	Ⓓ	80
8	$_5P_2 =$							
	Ⓐ	10	Ⓑ	5	Ⓒ	20	Ⓓ	40

اختبر نفسك

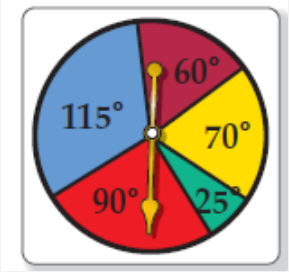
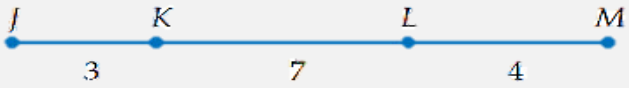
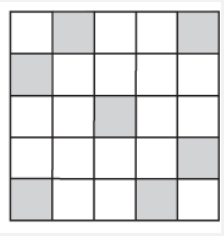
ملحق الحل

الوحدة الثالثة: الاحتمالات

(3-3) الاحتمال الهندسي

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	استعمل القرص ذا المؤشر الدوار في الشكل المجاور لإيجاد (استقرار المؤشر عند اللون الأزرق) p 							
	Ⓐ	0.07	Ⓑ	0.25	Ⓒ	0.32	Ⓓ	0.19
2	إذا اختيرت النقطة x عشوائيا على $\overline{JM}$ فإن احتمال ان تقع x على $\overline{LM}$ هو 							
	Ⓐ	$\frac{2}{7}$	Ⓑ	$\frac{3}{14}$	Ⓒ	$\frac{1}{2}$	Ⓓ	$\frac{11}{14}$
3	رسمت دائرة نصف قطرها 3 وحدات داخل مربع طول ضلعه 9 وحدات و اختيرت نقطة عشوائيا داخل المربع فإن احتمال وقوعها داخل الدائرة يكون							
	Ⓐ		Ⓑ	$\frac{9}{\pi}$	Ⓒ	$\frac{1}{9}$	Ⓓ	$\frac{1}{3}$
4	اختيرت نقطة واحدة عشوائيا في الشكل المجاور. أوجد احتمال أن تقع هذه النقطة في المنطقة المظللة 							
	Ⓐ	$\frac{1}{9}$	Ⓑ	$\frac{1}{6}$	Ⓒ	$\frac{7}{25}$	Ⓓ	$\frac{7}{18}$

اختبر نفسك

ملحق الحل

الوحدة الثالثة: الاحتمالات	(3-4) احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة

الاسم : الشعبة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1	يحتوي صندوق على 3 كرات بيضاء و 4 سوداء إذا سحبت كرتان عشوائياً على التوالي، فإن احتمال أن تكون الأولى سوداء والثانية بيضاء يساوي:							
	Ⓐ	$\frac{1}{2}$	Ⓑ	$\frac{4}{7}$	Ⓒ	$\frac{2}{7}$	Ⓓ	$\frac{12}{49}$
2	عند إلقاء قطعة نقد و رمي مكعب مرقم مرة واحدة فإن احتمال ظهور الشعار و العدد 6 يساوي							
	Ⓐ	1	Ⓑ	$\frac{1}{4}$	Ⓒ	$\frac{1}{2}$	Ⓓ	$\frac{1}{12}$
3	كييس يحتوي كراين زرقاوين و 9 كرات حمراء فإن احتمال سحب كرتين حمراء الواحدة تلو الأخرى بدون إرجاع يكون							
	Ⓐ	$\frac{9}{11}$	Ⓑ	$\frac{36}{55}$	Ⓒ	$\frac{81}{121}$	Ⓓ	$\frac{1}{55}$
4	اذا كان $P(A/B) = \frac{2}{3}$ ، $P(B) = \frac{1}{2}$ فإن $P(A \text{ و } B)$ تساوي							
	Ⓐ	$\frac{1}{3}$	Ⓑ	$\frac{1}{2}$	Ⓒ	$\frac{2}{3}$	Ⓓ	$\frac{5}{6}$

ملحق الحل

الوحدة الثالثة: الاحتمالات	(3-5) احتمالات الحوادث المتنافية

الاسم : الشعبة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1	كيس يحتوي على 3 كرات حمراء و 4 كرات خضراء و كرة واحدة زرقاء سحبت من الكيس كرة واحدة فإن احتمال كونها حمراء أو زرقاء يساوي							
	Ⓐ	$\frac{1}{2}$	Ⓑ	$\frac{3}{8}$	Ⓒ	$\frac{1}{8}$	Ⓓ	$\frac{1}{4}$
2	رمي مكعب مرقم من 1 إلى 6 فإن احتمال ظهور عدد أقل من 3 أو عدد فردي على الوجه الظاهر							
	Ⓐ	$\frac{1}{6}$	Ⓑ	$\frac{2}{3}$	Ⓒ	$\frac{5}{6}$	Ⓓ	1
3	اذا كان احتمال ان يصيب صياد هدف ما 0.5 و احتمال ان يصيب صياد اخر نفس الهدف هو 0.6 و احتمال ان يصيبه الاثنان معا هو 0.3 فإن احتمال ان يصيبه الصياد الاول أو الثاني هو							
	Ⓐ	1.1	Ⓑ	0.8	Ⓒ	0.9	Ⓓ	1
4	لأي حادثة A اذا كان P(A)=0.3 فإن $P(\dot{A})$ تساوي							
	Ⓐ	1	Ⓑ	0.3	Ⓒ	0.7	Ⓓ	1.3

ملحق الإجابات

للفصل الرابع

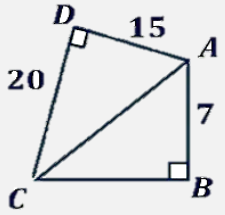
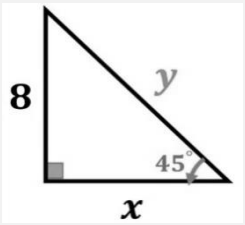
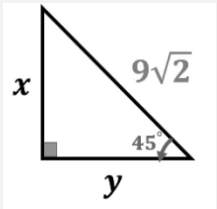
حساب المثلثات

ملحق الحل

الوحدة الرابعة: حساب المثلثات	التهيئة

الاسم : الشعبة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1	لدى أسامة حديقة مستطيلة الشكل بعداها 9cm ، 12cm ، أراد بناء سور على قطر الحديقة . إذا كانت تكلفة بناء المتر الواحد للسور يساوي 120 ريال، فكم ستبلغ تكلفة بناء السور كاملاً ؟							
	Ⓐ	800 ريال	Ⓑ	1200 ريال	Ⓒ	1800 ريال	Ⓓ	2000 ريال
2	في الشكل المقابل طول الضلع $\overline{CB}$ يساوي: 							
	Ⓐ	7	Ⓑ	20	Ⓒ	24	Ⓓ	30
3	الأطوال التي تصلح أن تكون أطولاً لأضلاع مثلث قائم الزاوية من بين الأطوال المعطاة هي							
	Ⓐ	2 , 4 ,6	Ⓑ	10 , 6 ,12	Ⓒ	25 , 20 ,15	Ⓓ	9 ,10 ,8
4	قيمة y في الشكل المقابل تساوي 							
	Ⓐ	$8\sqrt{2}$	Ⓑ	$4\sqrt{2}$	Ⓒ	8	Ⓓ	4
5	قيم x ، y في الشكل المجاور 							
	Ⓐ	$x = 4.5 \ , y = 3$	Ⓒ	$x = 9 \ , y = 9$				
	Ⓑ	$x = \sqrt{2} \ , y = 3\sqrt{2}$	Ⓓ	$x = 9\sqrt{2} \ , y = 3$				

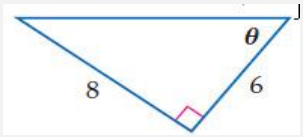
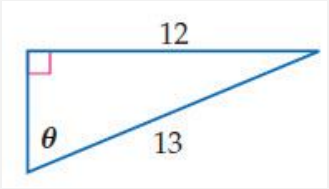
ملحق الحل

الوحدة الرابعة: حساب المثلثات

(4-1) الدوال المثلثية في المثلثات القائمة الزاوية

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	$\sin\theta$ تساوي							
	Ⓐ	$\frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$	Ⓑ	$\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$	Ⓒ	$\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$	Ⓓ	$\frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$
2	$\frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$ يساوي							
	Ⓐ	$\csc\theta$	Ⓑ	$\sec\theta$	Ⓒ	$\cot\theta$	Ⓓ	$\tan\theta$
3	من الشكل المقابل تكون $\sec\theta$ تساوي 							
	Ⓐ	$\frac{3}{5}$	Ⓑ	$\frac{4}{5}$	Ⓒ	$\frac{5}{3}$	Ⓓ	$\frac{5}{4}$
4	من الشكل المقابل تكون $\csc\theta$ تساوي 							
	Ⓐ	$\frac{12}{13}$	Ⓑ	$\frac{13}{5}$	Ⓒ	$\frac{5}{13}$	Ⓓ	$\frac{13}{12}$
5	اذا كانت $\cos\beta = \frac{3}{5}$ فإن $\tan\beta$ تساوي							
	Ⓐ	$\frac{3}{4}$	Ⓑ	$\frac{4}{5}$	Ⓒ	$\frac{5}{4}$	Ⓓ	$\frac{4}{3}$

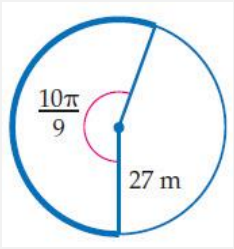
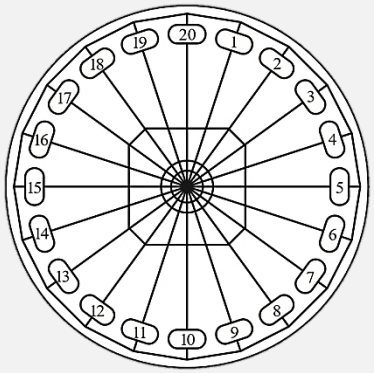
اختبر نفسك

ملحق الحل

الوحدة الرابعة: حساب المثلثات	(4-2) الزوايا و قياساتها

الاسم : الشعبة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1	30° تساوي							
	Ⓐ	$\frac{\pi}{2}\ rad$	Ⓑ	$\frac{\pi}{3}\ rad$	Ⓒ	$\frac{\pi}{6}\ rad$	Ⓓ	$\frac{\pi}{4}\ rad$
2	$\frac{3\pi}{2}\ rad$ تساوي							
	Ⓐ	180°	Ⓑ	240°	Ⓒ	120°	Ⓓ	270°
3	طول القوس المحدد في الشكل المقابل لأقرب جزء من عشرة 							
	Ⓐ	$95m$	Ⓑ	$94.2m$	Ⓒ	$94.3m$	Ⓓ	$94m$
4	الزاوية في الوضع القياسي المشتركة مع الزاوية 65° في ضلع الانتهاء هي :							
	Ⓐ	425°	Ⓑ	360°	Ⓒ	-200°	Ⓓ	-812°
5	عجلة دوارة تحتوي على 20 مقعداً مرقمة بالأعداد من 1 إلى 20 على التوالي . إذا كانت المقاعد على مسافات متساوية ، فإن قياس الزاوية المركزية التي يكوّنها المقعدان 1 و 8 بالدرجات يساوي : 								
	Ⓐ	126°	Ⓑ	150°	Ⓒ	102°	Ⓓ	55°

اختبر نفسك

ملحق الحل

الوحدة الرابعة: حساب المثلثات

(4-3) الدوال المثلثية للزوايا

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	أي الدوال المثلثية قيمتها تساوي 0							
	Ⓐ	$\tan\frac{\pi}{2}$	Ⓑ	$\sin 180°$	Ⓒ	$\cos\pi$	Ⓓ	$\cot 0°$
2	القيمة الدقيقة ل $\sin 240°$							
	Ⓐ	$-\sqrt{3}$	Ⓑ	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	Ⓒ	$-\frac{1}{2}$	Ⓓ	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
3	الزاوية المرجعية للزاوية $150°$ هي							
	Ⓐ	$30°$	Ⓑ	$60°$	Ⓒ	$45°$	Ⓓ	$-210°$
4	إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي يمر بالنقطة (-3, -4) أوجد القيمة الدقيقة ل $\sec\theta$							
	Ⓐ	$-\frac{5}{3}$	Ⓑ	$-\frac{4}{5}$	Ⓒ	$-\frac{3}{5}$	Ⓓ	$-\frac{5}{4}$
5	أوجد القيمة الدقيقة ل $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$							
	Ⓐ	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	Ⓑ	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	Ⓒ	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	Ⓓ	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

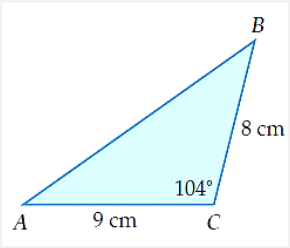
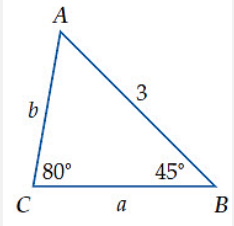
ملحق الحل

الوحدة الرابعة: حساب المثلثات

(4-4) قانون الجيوب

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	مساحة ΔABC الذي فيه $A=31^{\circ}, b=18m, c=22m$ مقربة لأقرب جزء من عشرة							
	Ⓐ	$204m^2$	Ⓑ	$169.7m^2$	Ⓒ	$102m^2$	Ⓓ	$339.4m^2$
2	مساحة المثلث الموضح بالشكل لأقرب جزء من عشرة 							
	Ⓐ	$34.9m^2$	Ⓑ	$8.7m^2$	Ⓒ	$69.9m^2$	Ⓓ	$34m^2$
3	حدد المثلث الذي لا يوجد لها حل فيما يلي							
	Ⓐ	$A=35^{\circ}, a=17, b=20$			Ⓒ	$A=30^{\circ}, a=1, b=4$		
	Ⓑ	$A=26^{\circ}, a=7, b=6$			Ⓓ	$A=105^{\circ}, a=9, b=6$		
4	أي مثلث مما يأتي له حلان							
	Ⓐ	$A=130^{\circ}, a=19, b=11$			Ⓒ	$A=32^{\circ}, a=16, b=21$		
	Ⓑ	$A=45^{\circ}, a=4\sqrt{2}, b=8$			Ⓓ	$A=90^{\circ}, a=25, b=15$		
5	من الشكل المقابل طول b لأقرب جزء من عشرة يكون 							
	Ⓐ	4.2	Ⓑ	0.7	Ⓒ	1.7	Ⓓ	2.2

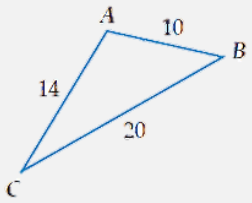
اختبر نفسك

ملحق الحل

الوحدة الرابعة: حساب المثلثات	(4-5) قانون جيوب التمام

الاسم : الشعبة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1	من الشكل قياس زاوية A لأقرب درجة 							
	Ⓐ	$112°$	Ⓑ	$22°$	Ⓒ	$120°$	Ⓓ	$101°$
2	ΔABC إذا كان $c=6$ ، $b=2$ ، $A=35°$ فإن ... $a=$							
	Ⓐ	20.3	Ⓑ	7.7	Ⓒ	5.5	Ⓓ	4.5
3	مخيم للكشافة له بوابتان A ، B بينهما 80 m ، يقع مكتب مدير المخيم عند النقطة O على بعد 95m من A وعلى بعد 115 m من B . ما قياس الزاوية AOB ؟							
	Ⓐ	$35.52°$	Ⓑ	$43.5°$	Ⓒ	$52.11°$	Ⓓ	$20.33°$

ضع كلمة صح أمام العبارة الصحيحة وكلمة خطأ أمام العبار الخاطئة:

1	إذا كان ABC مثلث فيه: $cosA = 0.4 \quad , b = 2.5cm \quad , c = 2\ cm$ فإن المثلث ABC مثلث متطابق الضلعين	صح
2	في المثلث ABC حيث $a = 13, A = 41°, B = 64°$: فإن القانون الذي يتعين البدء باستخدامه لحل المثلث هو قانون جيب التمام	خطأ

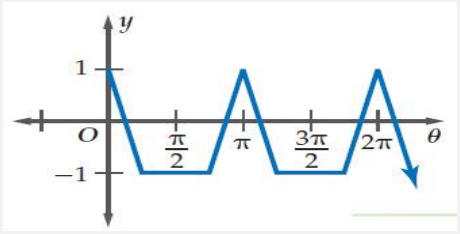
الوحدة الرابعة: حساب المثلثات

(4-6) الدوال الدائرية

الاسم : **الشعبة :**

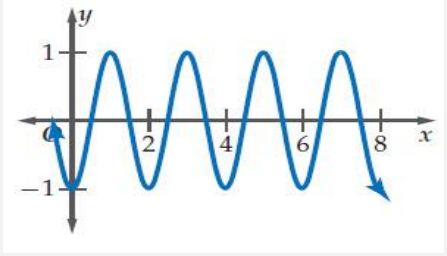
اختر الإجابة الصحيحة :

1. طول الدورة للدالة الممثلة بالشكل يكون



Ⓐ $\frac{\pi}{2}$ Ⓑ π Ⓒ $\frac{3\pi}{2}$ Ⓓ 2π

2. طول الدورة للدالة الممثلة بالشكل هي :



Ⓐ 2 Ⓑ 4 Ⓒ 3 Ⓓ 6

3. $\sin 840° =$

Ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓑ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ $-\frac{1}{2}$

4. إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة $P\left(\frac{20}{29}, -\frac{21}{29}\right)$ فأوجد $\sec\theta$

Ⓐ $-\frac{21}{29}$ Ⓑ $-\frac{29}{21}$ Ⓒ $\frac{20}{29}$ Ⓓ $\frac{29}{20}$

5. أوجد القيمة الدقيقة لـ $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

Ⓐ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓒ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ Ⓓ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

اختبر نفسك

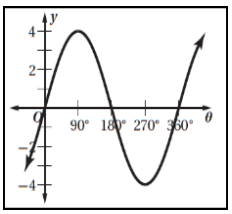
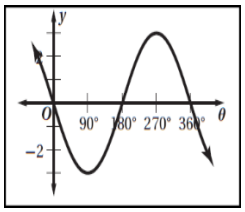
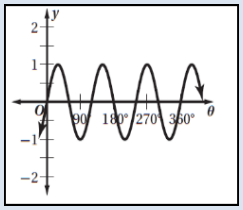
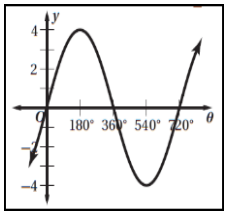
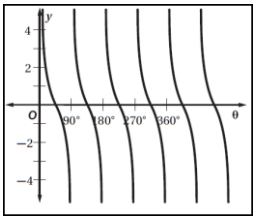
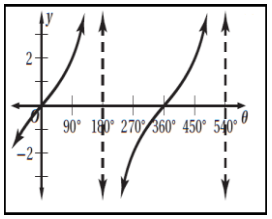
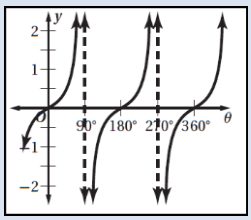
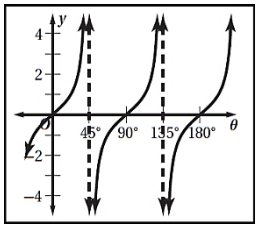
ملحق الحل

الوحدة الرابعة: حساب المثلثات

(4-7) تمثيل الدوال المثلثية بيانياً

الاسم : **الشعبة :**

اختر الإجابة الصحيحة :

1	طول الدورة للدالة $y = \csc 2\theta$ يكون							
	Ⓐ	$360°$	Ⓑ	$270°$	Ⓒ	$180°$	Ⓓ	$90°$
2	في الدالة المثلثية $y = 4\sin 3\theta$ ، من نقاط تقاطع الدالة مع المحور θ تساوي:							
	Ⓐ	$(180°, 0°)$	Ⓑ	$(60°, 0)$	Ⓒ	$(30°, 0)$	Ⓓ	$(45°, 0)$
3	التمثيل البياني للدالة المثلثية $y = \sin 3\theta$							
	Ⓐ		Ⓑ		Ⓒ		Ⓓ	
4	التمثيل الصحيح للدالة $y = \tan 2\theta$							
	Ⓐ		Ⓑ		Ⓒ		Ⓓ	
5	طول الدورة في الدالة $y = 2\tan\frac{2}{3}\theta$							
	Ⓐ	$540°$	Ⓑ	$270°$	Ⓒ	$240°$	Ⓓ	$120°$

اختبر نفسك

الوحدة الرابعة: حساب المثلثات	(4-8) الدوال المثلثية العكسية

الاسم : الشعبة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1	يكون $y = \sin^{-1} x$ مجال الدالة							
	Ⓐ	$-1 \le x \le 1$	Ⓑ	$-90° \le x \le 90°$	Ⓒ	$\mathbb{R}$	Ⓓ	$\mathbb{R}\{1\}$
2	$Arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ على الفترة $[0, \pi]$							
	Ⓐ	$45°$	Ⓑ	$135°$	Ⓒ	$45° , 135°$	Ⓓ	$225°$
3	قيمة $\sin\left(\tan^{-1}\frac{3}{8}\right)$ الى اقرب جزء من مئة							
	Ⓐ	0.94	Ⓑ	0.4	Ⓒ	0.35	Ⓓ	0.36
4	اذا كانت $\sin\theta = 0.422$ فان قياس الزاوية θ بالدرجات							
	Ⓐ	$25°$	Ⓑ	$42°$	Ⓒ	48	Ⓓ	$65°$
5	إذا كانت $\tan\theta = 1.8$ فان قياس الزاوية θ بالدرجات							
	Ⓐ	$0.03°$	Ⓑ	$29.1°$	Ⓒ	$60.9°$	Ⓓ	لا يوجد حل

المؤلفون	
1	أ/ شيمة يوسف نافع الحربي
2	أ/ روان تيسير أحمد القضاة
3	أ/ محمد عبدالله علي الثبيتي

المراجعون	
1	أ/ لطيفة سلامة دغيشم العمار
2	أ/ مفلح فلاح عطية الردادي
3	أ/ هند علي محمد العديني

تنسيق	
1	أ/ شيمة يوسف نافع الحربي
2	أ/ روان تيسير أحمد القضاة
3	أ/محمد علي أحمد الشواف

تصميم الغلاف	
1	أ/ توفيق علي أحمد زكري

المرجع:

1-ماجروهيل. رياضيات 3. وزارة التعليم، مجموعة العبيكان للاستثمار. المملكة العربية السعودية. (2008)

2- https://ar.wikipedia.org بو ابةالرياضيات

3- https://www.nagwa.com/en/