متعة الرياضيات
في
الخرائط الذهنية و المفاهيمية

مناهج المرحلة الثانوية

المؤلفة

هند العديني

الأستاذة / هند علي العديني

نفيدكم علما بأنه قد تم تسجيل عملكم الموسوم بـ:

متعة الرياضيات في الخرائط الذهنية والمفاهيمية مناهج المرحلة الثانوية

تحت رقم إيداع 1442/2027 وتاريخ 1442/03/20 هـ وبرقم ردمك 978-603-03-5787-1

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

إهداء للميدان التعليمي

أحمد الله عز وجل على منه و عونه أن سهل لي جمع أعمالي من الخرائط و الملخصات لمناهج مادة الرياضيات المرحلة الثانوية و التي سهلت عليا توصيل المعلومة لطالباتي و كان سببا في تعميق الفهم لطالباتي خلال سنوات عديدة في هذا الكتيب الذي اسأل الله أن يجعله علما ينتفع به و صدقة جارية عني و عن والدي و اتمنى أن أكون قد وفقت لتقديم عمل مفيد و نافع للميدان التعليمي ينتفع منه الجميع بإذن الله مع الحفاظ على اللأمانة العلمية و حفظ الحقوق .

معلمة الرياضيات

هند علي العديني

إعداد المعلمة : هند العديني

المقدمة

خرائط المفاهيم تعرف خرائط المفاهيم بأنّها تخطيط رسوم تمتلك بُعدين، وتوضع فيها مفاهيم المواد والأبحاث الدراسيّة بشكلٍ هرمي؛ بحيث يوضع في قمة الهرم مواد المفاهيم الأساسيّة ذات الشمولية العالية والخصوصيّة القليلة، وتوضعُ في قاعدة الهرم مواد المفاهيم ذات الشموليّة القليلة والخصوصيّة العالية، وترتبط هذه المفاهيم بين بعضها البعض من خلال علاقة مفهومة. تعتبر خرائط المفاهيم وسيلةً لتمثيل العلاقات بين الأفكار، والصور، والكلمات المختلفة، وتستخدم في مجالات التخطيط، والتدريس، والتلخيص، والتقييم لمواد دراسيّة، ومعرفة قدرة الطلبة على فهم واستيعاب تلك المفاهيم الموجودة فيها، بالإضافة إلى اختبار الطالب بقدرة على تذكر المفاهيم السابقة .

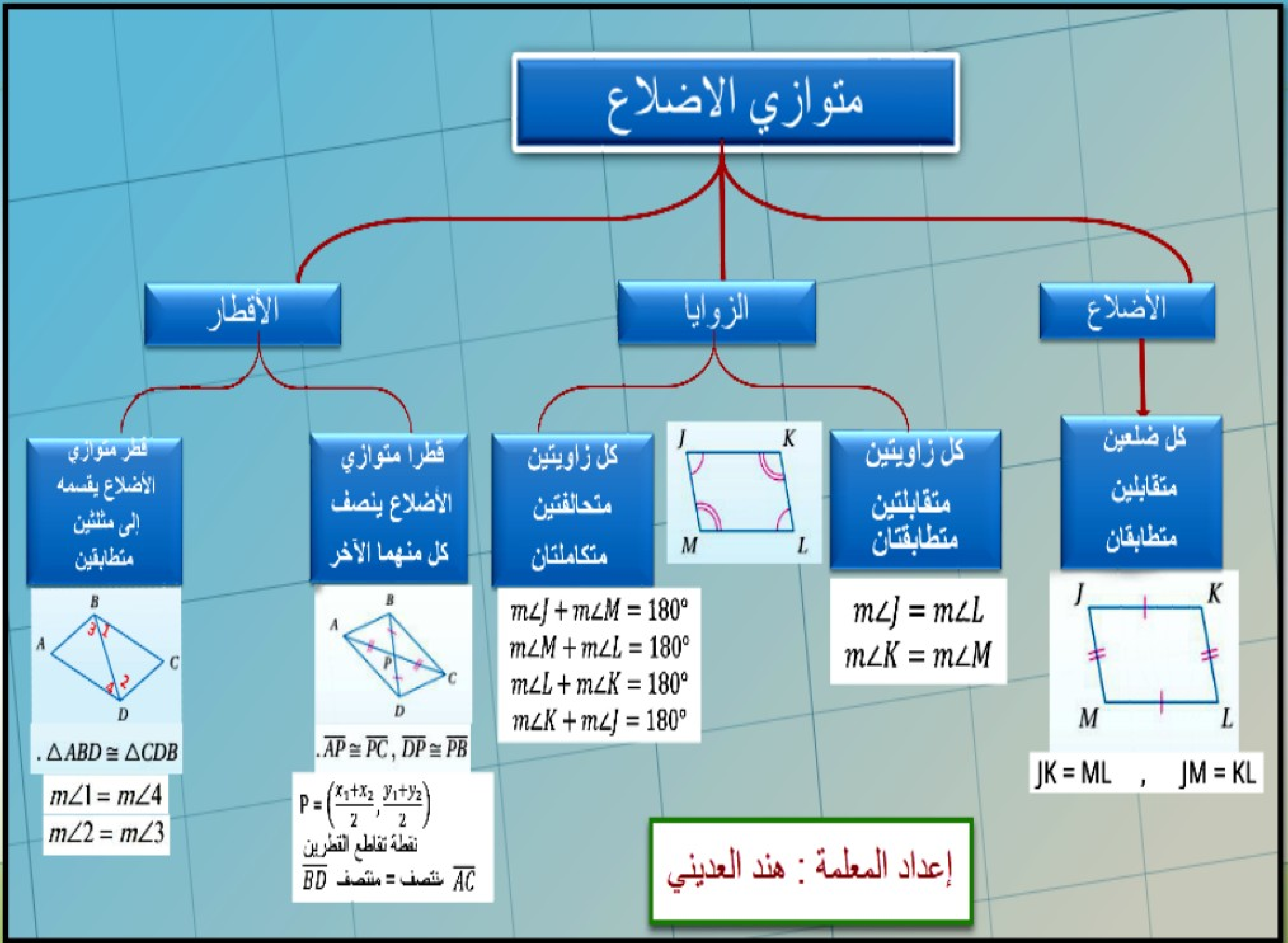
أهميّة خرائط المفاهيم للمتعلّم ربط المفاهيم بين بعضها البعض، وتكوين علاقة بينهما. يستطيع تحديد المفاهيم المتشابهة مع بعضها، وفصل المختلف منها. القدرة على التمييز بين المفاهيم ذات المعنى القريب أو المتشابة. تحديد المعلومات المهمة والأساسية، والمعلومات المتفرّعة والجانبيّة. تسهل دراسة المادة، وفهمها جيداً، وإزالة اللبس فيها، وهذا يساعد على تفادي المشكلات التي يمكن أن تقع أثناء الدراسة، والمحافظة على ارتفاع التحصيل الدراسي.

أهمية خرائط المفاهيم للمعلم صناعة ملخّصات لأجزاء مختلفة من المادّة الدراسية التي تسهّل عملية التدريس تزيد من القدرة المعلّم على الانتباه أثناء إعداد أفكارهم. تسهل تقييم الطلبة من خلال هذه الخرائط، وهذا يساعد على توجيه الطلبة إلى أخطائهم لتفاديها في المستقبل. تطوير العلاقة الثنائية بين المعلم والطلبة، وهذا يساهم في تطوير أدائهم.

إعداد المعلمة : هند العديني

إعداد المعلمة : هند العديني

إعداد المعلمة : هند العديني



متوازي الاضلاع
الأقطار
الزوايا
الأضلاع
قطر متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقين
B
A
C
D
3
1
4
2
. $\triangle ABD \cong \triangle CDB$
$m\angle 1 = m\angle 4$
$m\angle 2 = m\angle 3$
قطرا متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر
A
B
P
C
D
. $\overline{AP} \cong \overline{PC}$, $\overline{DP} \cong \overline{PB}$
$P = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$
نقطة تقاطع القطرين
$\overline{BD}$ منتصف = منتصف $\overline{AC}$
كل زاويتين متحالفتين متكاملتان
$m\angle J + m\angle M = 180°$
$m\angle M + m\angle L = 180°$
$m\angle L + m\angle K = 180°$
$m\angle K + m\angle J = 180°$
J
K
M
L
كل زاويتين متقابلتين متطابقتان
$m\angle J = m\angle L$
$m\angle K = m\angle M$
كل ضلعين متقابلين متطابقان
J
K
M
L
JK = ML , JM = KL
إعداد المعلمة : هند العديني

تمييز متوازي الأضلاع

إثبات أن شكل يمثل متوازي أضلاع

1) إذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متوازيين.

2) إذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متطابقين.

3) إذا كانت كل زاويتين متقابلتين فيه متطابقتين.

4) إذا كان قطراه ينصّف كل منهما الآخر.

5) إذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين.

الهندسة الإحداثية و البرهان الإحداثي

نمثل الشكل في المستوى الإحداثي

لتمييز الأضلاع المتقابلة المتوازية نستخدم قانون الميل

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

لتمييز الأضلاع المتقابلة المتطابقة نستخدم قانون المسافة

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

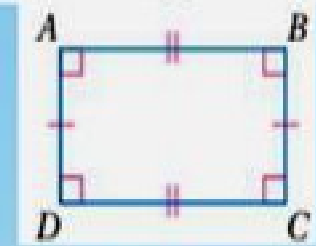
لتمييز الأقطارينصف كل منهما الآخر نستخدم قانون نقطة المنتصف

$$N = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

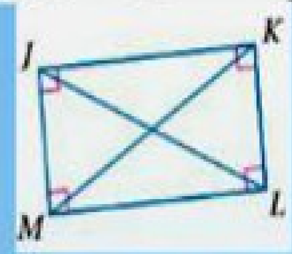
إعداد المعلمة : هند العديني

SKY

المستطيل هو متوازي أضلاع زواياه الأربع قوائم.



إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلًا، فإن قطريه متطابقان.



إعداد المعلمة : هند العديني

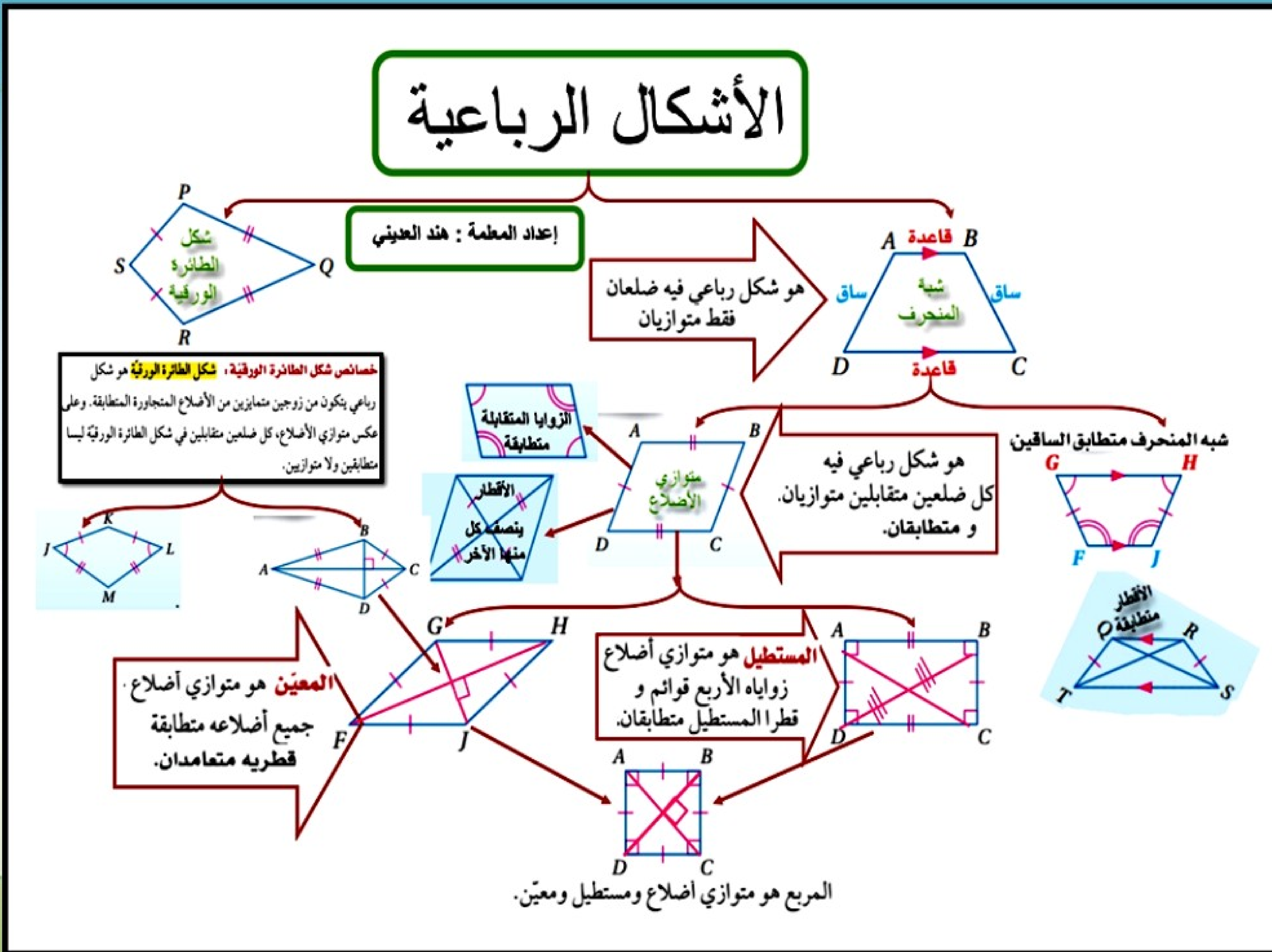
تحديد ما إذا كان الشكل الرباعي المعطاة رؤوسه مستطيل

صيغة المسافة

- الخطوة١: إيجاد أطوال الأضلاع المتقابلة لتحديد ما إذا كان الشكل متوازي أضلاع
  - الأضلاع متطابقة
    - الخطوة٢: إيجاد أطوال الأقطار
      - الأقطار متطابقة ← الشكل مستطيل
      - الأقطار غير متطابقة ← الشكل ليس مستطيل
  - الأضلاع غير متطابقة ← ليس متوازي أضلاع لذلك ليس مستطيل

صيغة الميل

- الخطوة١: إيجاد ميل الأضلاع المتقابلة لتحديد ما إذا كان الشكل متوازي أضلاع
  - الأضلاع متوازية
    - الخطوة٢: التحقق من أن الأضلاع المتجاورة متعامدة وذلك إذا كان حاصل ضرب ميلهما يساوي سالب واحد
      - الأضلاع متعامدة ← الشكل مستطيل
      - الأضلاع غير متعامدة ← الشكل ليس مستطيل
  - الأضلاع غير متوازية ← ليس متوازي أضلاع لذلك ليس مستطيل



الأشكال الرباعية
إعداد المعلمة : هند العديني
P
S
Q
R
شكل الطائرة الورقية
خصائص شكل الطائرة الورقية، شكل الطائرة الورقيّة هو شكل رباعي يتكون من زوجين متمايزين من الأضلاع المتجاورة المتطابقة. وعلى عكس متوازي الأضلاع، كل ضلعين متقابلين في شكل الطائرة الورقيّة ليسا متطابقين ولا متوازيين.
K
J
L
M
A
B
C
D
هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان
A
قاعدة
B
ساق
شبة المنحرف
ساق
D
قاعدة
C
شبه المنحرف متطابق الساقين
G
H
F
J
الأقطار متطابقة
Q
R
T
S
هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان، و متطابقان.
A
B
متوازي الأضلاع
D
C
الزوايا المتقابلة متطابقة
الأقطار ينصف كل منها الآخر
G
H
F
J
المعيّن هو متوازي أضلاع . جميع أضلاعه متطابقة قطريه متعامدان.
المستطيل هو متوازي أضلاع زواياه الأربع قوائم و قطرا المستطيل متطابقان.
A
B
D
C
A
B
D
C
المربع هو متوازي أضلاع ومستطيل ومعيّن.

إعداد المعلمة : هند العديني

التشابه
Similarity
إعداد المعلمة :
هند العديني
المضلعات المتشابهة
شروط تشابة مضلعين
الزوايا المتناظرة متطابقة
اطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة
معامل التشابة = طول ضلع في المضلع الأول / طول الضلع المناظر له في المضلع الثاني
معامل التشابة = محيط المضلع الأول / محيط المضلع الثاني
حيث محيط المضلع يساوي مجموع أطوال أضلاعه
عناصر المثلثات المتشابهة
إذا تشابه مثلثان فإن :
طول ارتفاع المثلث ١ / طول الارتفاع المناظر له في المثلث ٢ = طول ضلع المثلث ١ / طول الضلع المناظر له في المثلث ٢
طول منصف زاوية المثلث ١ / طول منصف الزاوية المناظر له في المثلث ٢ = طول ضلع المثلث ١ / طول الضلع المناظر له في المثلث ٢
طول القطعة المتوسطة في المثلث ١ / طول القطعة المتوسطة المناظر له في المثلث ٢ = طول ضلع المثلث ١ / طول الضلع المناظر له في المثلث ٢
منصف زاوية في مثلث
إذا كانت $\overline{JM}$ منصف زاوية في المثلث $\triangle JKL$
فإن $\frac{KM}{LM}=\frac{KJ}{LJ}$
القطعتان المشتركتان بالرأس K
القطعتان المشتركتان بالرأس L
المثلثات المتشابهة
حالات تشابة المثلثات
التشابه بزاويتين (AA)
$\triangle ABC \sim \triangle FGH$
$\angle A \cong \angle F, \angle B \cong \angle G$
التشابه بثلاثة أضلاع (SSS)
$\frac{JK}{MP}=\frac{KL}{PQ}=\frac{LJ}{QM}$
$\triangle JKL \sim \triangle MPQ$
التشابه بضلعين وزاوية محصورة (SAS)
$\frac{RS}{XY}=\frac{ST}{YZ}, \angle S \cong \angle Y$
$\triangle RST \sim \triangle XYZ$
القياس الغير مباشر
طول ظل ١ / طول ظل ٢ = طول ١ / طول ٢
المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة
نظرية التناسب في المثلث
إذا كان $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$ ، فإن $\frac{AB}{BC}=\frac{AE}{ED}$.
عكس نظرية التناسب في المثلث
إذا كان $\frac{AE}{EB}=\frac{CD}{DB}$ ، فإن $\overline{ED} \parallel \overline{AC}$.
نظرية القطعة المنصفة في المثلث
إذا كانت J, K تقطعتي منتصف $\overline{FH}, \overline{HG}$
على الترتيب، فإن: $\overline{JK} \parallel \overline{FG}, JK=\frac{1}{2}FG$.
الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية
الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

إعداد المعلمة : هند العديني


حول المحور x
P(x, y)
P′(x, −y)
O
x
y
(x, y) → (x, −y)
إعداد المعلمة
هند العديني
الانعكاس في المستوى الإحداثي
حول المحور y
P(x, y)
P′(−x, y)
O
x
y
(x, y) → (−x, y)
حول المستقيم y = x
P(x, y)
P′(y, x)
y = x
O
x
y
(x, y) → (y, x)

الإزاحة (الانسحاب)

مفهوم أساسي — الإزاحة (الانسحاب)

أضف إلى مطويتك

تنقل الإزاحة (الانسحاب) كل نقطة إلى صورتها مسافةً محدَدةً وفي اتجاه محدّد (اتجاه الإزاحة). فالإزاحة التي تنقل النقطة A إلى صورتها A'، تنقل نقاط الشكل جميعها أيضًا بحيث إن:

- مقدار الإزاحة يساوي طول القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطة بصورتها يساوي طول $\overline{AA'}$.
- القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطةٍ بصورتها توازي $\overline{AA'}$.

النقطة A' هي صورة النقطة A بالإزاحة.

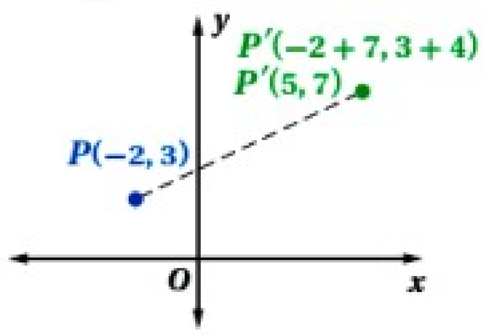
مفهوم أساسي — الإزاحة في المستوى الإحداثي

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لإزاحة نقطة ما مسافة a وحدةً أفقيًا، و b وحدةً رأسيًا، اجمع a إلى الإحداثي x ، و b إلى الإحداثي y .

الرموز: $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$

مثال: إذا كانت: $a = 7$, $b = 4$ ، فإن صورة النقطة $P(-2, 3)$ الناتجة عن هذه الإزاحة هي $P'(5, 7)$.



إيجاد قاعدة الانسحاب

$$(x, y) \rightarrow (x', y') \ldots\ldots\ldots 1$$

قاعدة الإزاحة

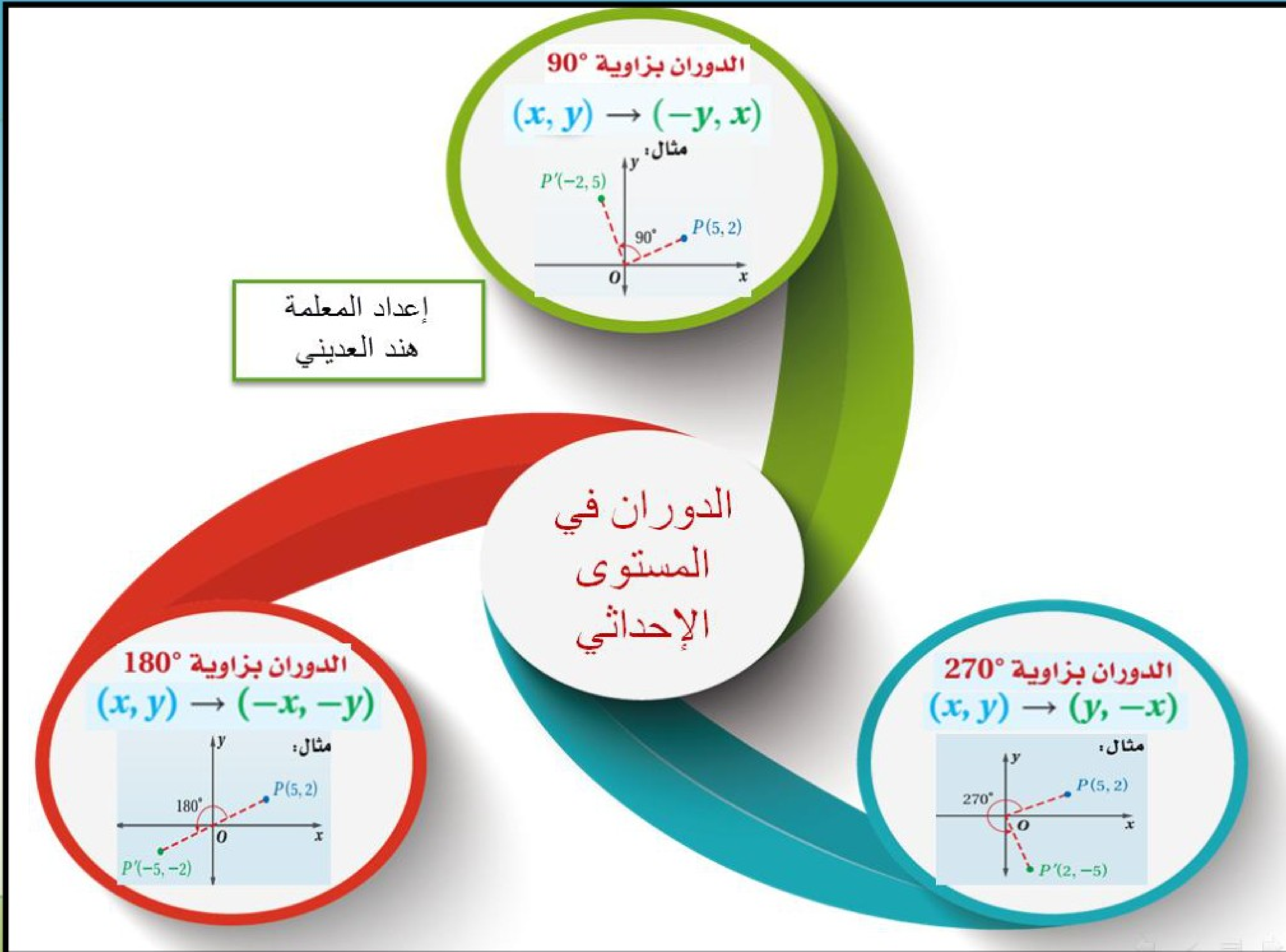
$$(x, y) \rightarrow (x + a, y + b) \ldots\ldots\ldots 2$$

من 1 و 2

$$(x', y') = (x + a, y + b)$$

$$a = x' - x \,, b = y' - y$$

إعداد المعلمة
هند العديني


الدوران في المستوى الإحداثي
الدوران بزاوية °90
(x, y) → (−y, x)
مثال:
P′(−2, 5)
P(5, 2)
90°
O
x
y
إعداد المعلمة
هند العديني
الدوران بزاوية °180
(x, y) → (−x, −y)
مثال:
P(5, 2)
180°
O
x
y
P′(−5, −2)
الدوران بزاوية °270
(x, y) → (y, −x)
مثال:
P(5, 2)
270°
O
x
y
P′(2, −5)

الإزاحة (الانسحاب)

إعداد المعلمة
هند العديني

مفهوم أساسي

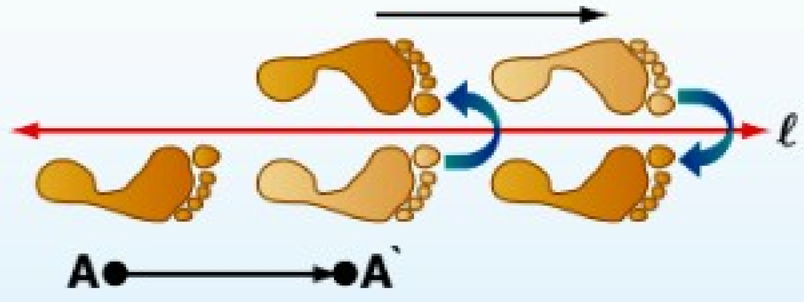
أضف إلى مطويتك

تركيب إزاحة انعكاس

تركيب إزاحة انعكاس هو تحويل هندسي مركب ينتج عن إزاحة يليها انعكاس في خطٍّ مستقيمٍ موازٍ لخط اتجاه الإزاحة.

مثالٌ:

تركيب إزاحة انعكاس المجاور هو تحويل هندسي مركب ينقل الشكل في اتجاه الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A' مع انعكاسٍ حول المستقيم l.



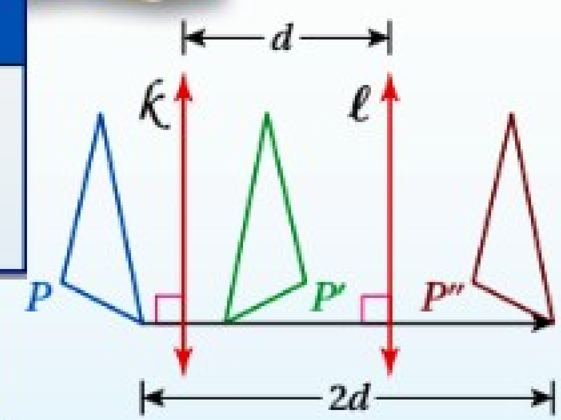
نظرية 3.2

أضف إلى مطويتك

تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين

يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين بأنه إزاحة، ويكون:

- **اتجاهها عموديًا على كلٍّ من المستقيمين.**
- **مقدارها يساوي مثلَي المسافة بين المستقيمين المتوازيين.**



الإزاحة
تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين .

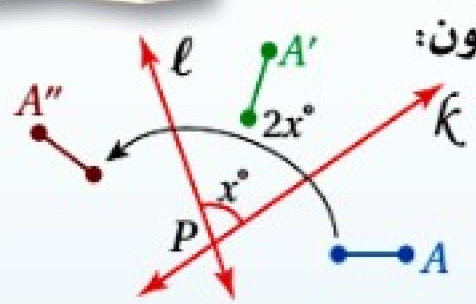
نظرية 3.3

أضف إلى مطويتك

تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين

يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين بأنه دوران، ويكون:

- **مركزه هو نقطة تقاطع المستقيمين.**
- **قياس زاويته يساوي مثلَي قياس الزاوية التي يشكِّلها تقاطع هذين المستقيمين.**



الدوران
تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين .

التماثل

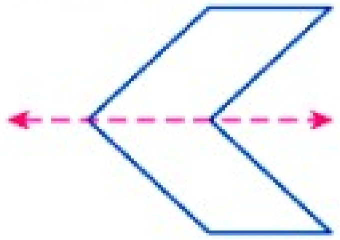
إعداد المعلمة
هند العديني

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

التماثل حول محور

يكون الشكل الثنائي الأبعاد **متماثلًا حول محور**، إذا كانت صورته الناتجة عن انعكاسٍ حول مستقيمٍ ما هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستقيم **محور تماثل**.



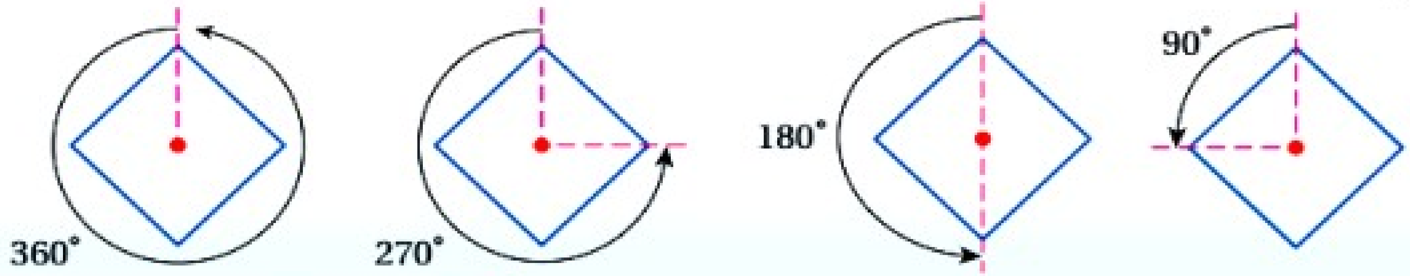
مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

التماثل الدوراني

يكون للشكل الثنائي الأبعاد **تماثل دوراني** (أو تماثل نصف قطري) إذا كانت صورته الناتجة عن دوران بين °0 و °360 حول مركزه هي الشكل نفسه، ويسمّى مركز الدوران في هذه الحالة **مركز التماثل** (أو نقطة التماثل).

أمثلة: المربع الآتي له تماثل دوراني؛ لأن الدوران بكلٍّ من الزوايا °0، °90، °180، °270، °360 ينتج عنه الشكل نفسه.



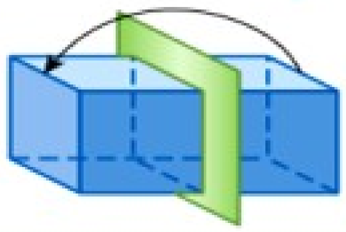
مقدار التماثل يساوي ناتج قسمة °360 على رُتبة التماثل.

مفاهيم أساسية

التماثلات في الأشكال الثلاثية الأبعاد

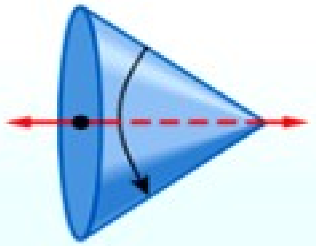
التماثل حول مستوى

يكون الشكل الثلاثي الأبعاد **متماثلًا حول مستوى**، إذا أمكن تقسيمه بهذا المستوى إلى شكلين متطابقين، وفي هذه الحالة يسمى هذا المستوى (مستوى التماثل).



التماثل حول محور

يكون الشكل الثلاثي الأبعاد **متماثلًا حول محور**، إذا أمكن تدويره حول هذا المحور بزاويةٍ بين °0 و °360 ؛ ليصبح كما كان في وضعه الأصلي.



إرشادات للدراسة

مستوى التماثل:

هو المستوى الذي يقسم الشكل إلى نصفين متطابقين تمامًا، بحيث يكون كلٌّ منهما صورة للآخر .

التمدد

إعداد المعلمة
هند العديني

تكبير

إذا كان معامل التمدد k أكبر من الواحد

تطابق

إذا كان معامل التمدد k يساوي واحد

تصغير

إذا كان معامل التمدد K

$0<k<1$

إيجاد معامل التمدد

$$k = \frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}}$$

$$= \frac{X'Y'}{XY}$$

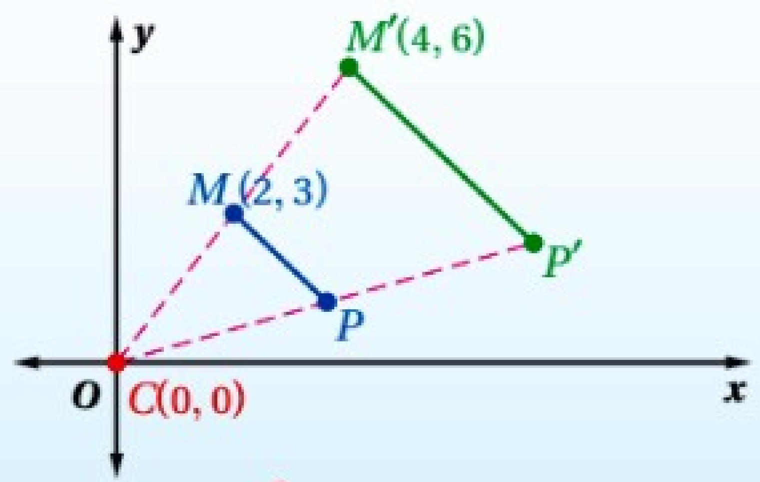
مفهوم أساسي: التمدد في المستوى الإحداثي

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، اضرب الإحداثيَّين x , y لكل نقطة في الشكل الأصلي في معامل مقياس التمدد k.

الرموز: $(x, y) \rightarrow (kx, ky)$

مثال:



معامل التمدد: 2

إعداد المعلمة : هند العديني

الدائرة و محيطها

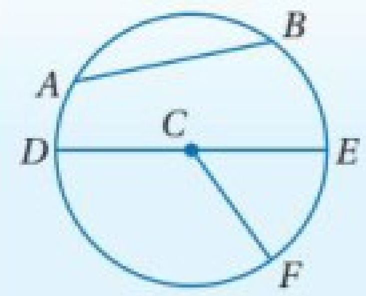
مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

نصف القطر هو قطعة مستقيمة يقع أحد طرفَيها على المركز والطرف الآخر على الدائرة.

أمثلة: $\overline{CD}, \overline{CE}, \overline{CF}$ أنصاف أقطار في $\odot C$.



الوتر هو قطعة مستقيمة يقع طرفاها على الدائرة.

أمثلة: $\overline{AB}, \overline{DE}$ وتران في $\odot C$.

القطر هو وتر يمر بمركز الدائرة، ويتكوّن من نصفَي قطرين يقعان على استقامة واحدة.

مثال: $\overline{DE}$ قطر في $\odot C$ ، ويتكون القطر $\overline{DE}$ من نصفَي القطرين $\overline{CD}, \overline{CE}$ الواقعين على استقامةٍ واحدةٍ.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

العلاقة بين القطر ونصف القطر

إذا كان نصف قطر الدائرة r وقطرها d فإن:

صيغة نصف القطر: $r = \frac{d}{2}$ أو $r = \frac{1}{2}d$ **صيغة القطر:** $d = 2r$

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

محيط الدائرة

التعبير اللفظي: إذا كان قطر الدائرة يساوي d، أو نصف قطرها يساوي r ، فإن محيطها C يساوي حاصل ضرب القطر في π، أو مثلَي نصف القطر في π .

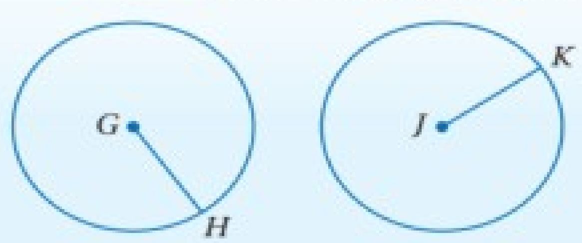
الرموز: $C = \pi d$ أو $C = 2\pi r$

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

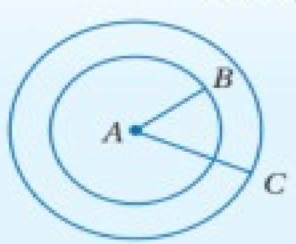
أزواج الدوائر

تكون **الدائرتان متطابقتين** إذا وفقط إذا كان نصفا قطريهما متطابقين.



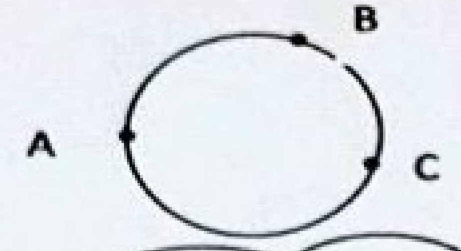
مثال: $\overline{GH} \cong \overline{JK}$ ؛ إذن $\odot G \cong \odot J$

الدائرتان المتحدتان في المركز هما الدائرتان اللتان تقعان في المستوى نفسه، ولهما المركز نفسه.



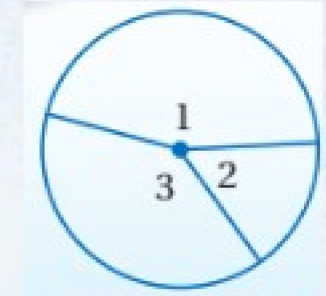
مثال: $\odot A$ التي نصف قطرها $\overline{AB}$ و $\odot A$ التي نصف قطرها $\overline{AC}$ دائرتان متحدتان في المركز.

إعداد المعلمة
هند العديني



مسلمة جمع الاقواس :
القوس المكون من قوسين متجاورين
قياسه يساوي حاصل جمع قياسهما

$$m\widehat{AC} = m\widehat{AB} + m\widehat{BC}$$

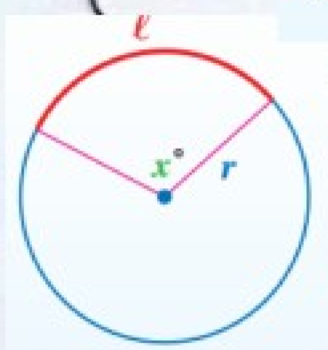


مجموع الزوايا المركزية = 360^{0}

$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 360^{\circ}$$

طول القوس :

$$\ell = \frac{x^{\circ}}{360^{\circ}} \cdot 2\pi r$$

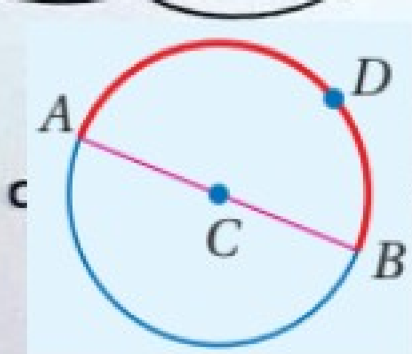


قياس الزوايا والاقواس

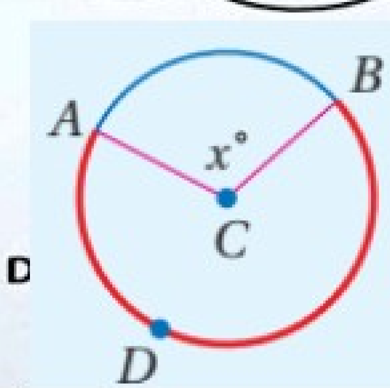
إعداد المعلمة
هند العديني

اقواس الدائرة

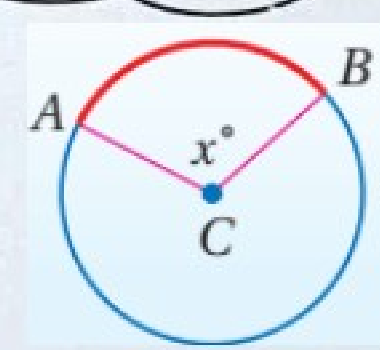
نصف الدائرة قوس قياسه
يساوي 180^{0}
$\widehat{ABC}$ نصف دائرة



القوس الأكبر قياسه اكبر
من 180^{0}
$\widehat{ADC}$ قوس اكبر

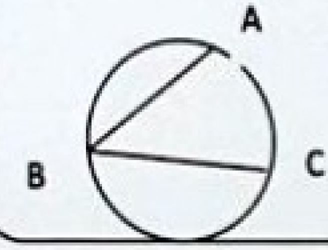


القوس الأصغر قياسه اقل
من 180^{0}
$\widehat{AC}$ قوس أصغر



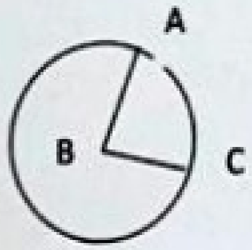
الزوايا والدائرة

قياس الزاوية المحيطية = نصف قياس القوس المقابل لها



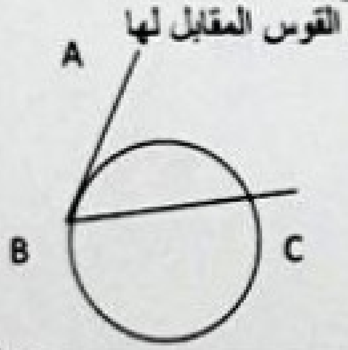
$$m\angle ABC = \frac{1}{2} m\widehat{AC}$$

قياس الزاوية المركزية = قياس القوس المقابل لها



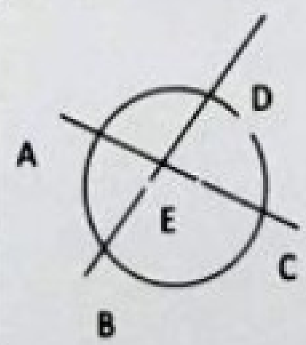
$$m\angle ABC = m\widehat{AC}$$

قياس زاوية تقاطع مماس وقاطع
= نصف قياس القوس المقابل لها



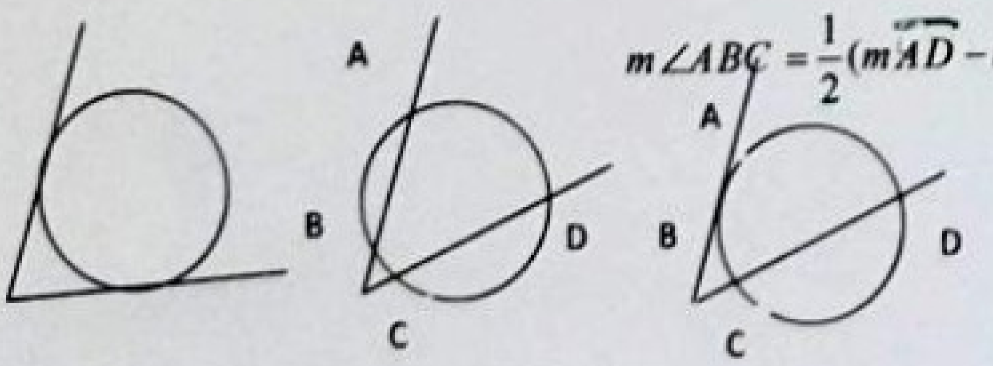
$$m\angle ABC = \frac{1}{2} m\widehat{BC}$$

قياس زاوية تقاطع قاطعين داخل الدائرة
= نصف قياس حاصل جمع
القوس المقابل لها والمقابل للزاوية
المقابلة لها بالرأس



$$m\angle AED = \frac{1}{2}(m\widehat{BC} + m\widehat{AD})$$

قياس زاوية تقاطع قاطعين أو قاطع ومماس أو مماسين خارج الدائرة = نصف حاصل طرح قياس القوسين المقابلين لها



$$m\angle ABC = \frac{1}{2}(m\widehat{AD} - m\widehat{BC})$$

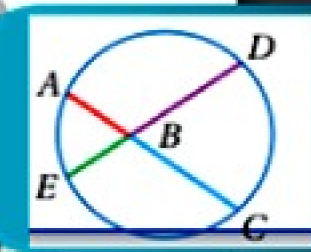
إعداد المعلمة
هند العديني

قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

إعداد المعلمة: هند العديني

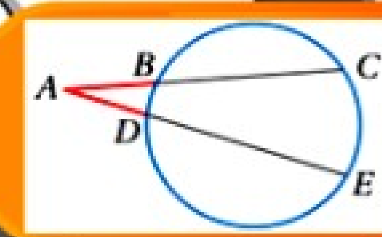
إذا تقاطع وتران في دائرة، فإن حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب طولَي جزأي الوتر الثاني.

مثال: $AB \cdot BC = DB \cdot BE$



إذا رُسم قاطعان لدائرةٍ من نقطة خارجها، فإن حاصل ضرب طول القاطع الأول في طول الجزء الخارجي منه، يساوي حاصل ضرب طول القاطع الثاني في طول الجزء الخارجي منه.

مثال: $AC \cdot AB = AE \cdot AD$



إذا رُسم مماسٌ وقاطع لدائرة من نقطة خارجها، فإن مربع طول المماس يساوي حاصل ضرب طول القاطع في طول الجزء الخارجي منه.

مثال: $JK^2 = JL \cdot JM$